

**24. Sur la Condition Frontière dans le Problème de Dirichlet
pour les Equations Semi-linéaires du Type Elliptique
et du Second Ordre**

Par Seturo SIMODA

(Comm. by K. KUNUGI, M.J.A., March 12, 1959)

Plusieurs auteurs montrèrent que la régularité et l'irrégularité des points frontières du domaine par rapport aux équations linéaires du type elliptique et du second ordre, qui sont là prescrites, est immuable pour le choix de l'équation.¹⁾ On peut donc toujours traiter dans un domaine borné quelconque le problème de Dirichlet au sens restreint pour les équations linéaires du type elliptique avec les données frontières continues arbitraires, moyennant que tous points frontières soient réguliers pour ce domaine seulement par rapport à l'équation de Laplace $\Delta u = 0$.

Nous allons montrer, bien plus, que telle circonstance est suffisante pour le traiter pour la vaste classe des équations semi-linéaires avec les données frontières continues arbitraires, obtenant les solutions qui se prêtent à la condition frontière donnée au sens restreint; c'est-à-dire sous telle circonstance on peut construire en tous points frontières les barrières pour toutes équations de tel genre.

W. Püschel démontra en 1932 un grand théorème comme ce qui suit:²⁾

THÉORÈME 1. Soit

$$(L) \quad Lu = \sum_{i,j=1}^n \partial_i \{a_{ij}(x) \partial_j u\} = 0$$

une équation linéaire homogène et auto-adjointe à coefficients a_{ij} prescrits et différentiables jusqu'au second ordre inclus dans un domaine borné $d \subset R^n$, tous les dérivées secondes là continues au sens de Hölder; la matrice $(a_{ij}(x): i, j=1, 2, \dots, n)$ est supposée symétrique et définie positive uniformément pour tout $x \in d$.

Alors, la frontière ∂d se partage en trois parties disjointes \mathfrak{A} , \mathfrak{B} et \mathfrak{C} ; \mathfrak{A} , la totalité des *point réguliers*, est formée des points $s \in \partial d$

1) Werner Püschel: [1] Die erste Randwertaufgabe der allgemeinen selbst-adjungierten elliptischen Differentialgleichung zweiter Ordnung im Raum für beliebige Gebiete, *Math. Z.*, **34**, 535-553 (1932); Georg Tautz: [1] Zur Theorie der elliptischen Differentialgleichungen. I, *Math. Annalen*, **117**, 694-726 (1941); —: [2] Zur Theorie der elliptischen Differentialgleichungen. II, *Math. Annalen*, **118**, 733-770 (1941); —: [3] Zur Theorie der ersten Randwertaufgabe, *Math. Nachr.*, Berlin, **2**, 279-303 (1949); O. A. Olejnik: [1] On the Dirichlet problem for equations of elliptic type, *Mat. Sbornik*, N. S., **24** (66), 3-14 (1949); Nous avons vu Tautz [3] et Olejnik [1] seulement dans *Math. Review* ou *Zentralblatt für Math.*

2) Voir Püschel [1].