# 125. *Sur le Système Hyperbolique à Coefficients Constants*

Par Masaya YAMAGUTI et Koji KASAHARA

(Comm. by K. KUNUGI, M.J.A., Nov. 12, 1959)

1. *Introduction.* Considérons le système des équations aux dérivées partielles:

$$\frac{\partial u}{\partial t}-\sum_{j=1}^{n}A_j\frac{\partial u}{\partial x_j}-Bu=0 \tag{1.1}$$

où $A_j$ et $B$ sont des matrices reélles constantes à $N$ lignes et $N$ colonnes. Nous supposons la matrice $B$ arbitraire et nous nous proposons de chercher sous quelle condition pour $A_j$, le problème de Cauchy par rapport au système (1.1) soit uniformément bien posé. D'après le théorème de Gårding [1] et l'étude de Petrowsky [2], on peut transformer cette question on en une question purement algébrique, c'est-à-dire, étant donné une forme linéaire matricielle:

$$A(\xi)=\sum_{j=1}^{n}A_j\xi_j, \tag{1.2}$$

on demande quelle condition il faut imposer à (1.2) pour que toutes les parties reélles des racines de l'équation:

$$p(\lambda,\xi)=\text{dét}\,(\lambda E-iA(\xi)-B)=0 \tag{1.3}$$

soient bornées pour $|\xi|\to\infty$. Nous appelons $A(\xi)$ ce qui possède cette propriété, "fortement hyperbolique".

2. On connait déjà des conditions suffisantes pour que la forme (1.2) soit fortement hyperbolique (voir Petrowsky [3]).

Nous montrons que les conditions suivantes sont nécessaires pour que (1.2) soit fortement hyperbolique:

1°. Toutes les racines de l'équation:

$$\text{dét}\,(\lambda E-A(\xi))=0 \tag{2.1}$$

sont reélles pour $\xi$ reélles.

2°. $A(\xi)$ est toujours diagonalisable pour tous $\xi$.

3°. Il existe une matrice diagonalisatrice $N(\xi)$ bornée[1] qui possède les propriétés suivantes:

$$N(\xi)A(\xi)N(\xi)^{-1}=D(\xi) \quad \text{et} \quad \inf_{|\xi|=1}|\text{dét}\,N(\xi)|>0, \tag{2.2}$$

où $D(\xi)$ est la matrice diagonale:

$$D(\xi)=\begin{bmatrix}\lambda_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \lambda_N\end{bmatrix}, \text{ les } \lambda_i \text{ sont des racines de (2.1).} \tag{2.3}$$

On a le

---

1) On prend toujours une matrice dont les lignes sont des vecteurs propres de longeur unité de $A(\xi)$.