78. *Les Intégrales E. R. Généralisées sous une Forme de Radon-Stieltjes*

Par Hatsuo OKANO
Université d'Osaka

(Comm. by K. KUNUGI, M.J.A., June 13, 1960)

Nous avons déjà étendu la notion de l'intégrale $E.R.$ de sorte qu'elle s'applique aux fonctions définies dans l'espace muni d'une mesure de Radon.[1] D'autre part, utilisant la méthode de changement de la variable, Prof. K. Kunugi a élargi la portée de l'intégration dans l'intervalle fini.[2] Dans la présente Note, nous allons à lui donner une forme de Radon-Stieltjes.

Tout d'abord, commençons par la

Définition de l'espace rangé. Étant donné un espace R muni d'un système de voisinages satisfaisant aux axiomes (A), (B) de F. Hausdorff,[3] on dit qu'il est un espace rangé si, pour tout nombre positif γ, il existe une famille de voisinages $\mathfrak{V}_\gamma$ qui satisfait à la condition: (a) Pour tout voisinage $v(p)$ de point p et pour tout nombre positif γ, il existe un nombre positif γ', $\gamma'<\gamma$, tel qu'il existe un voisinage $u(p)$ du point p appartenant à la famille $\mathfrak{V}_{\gamma'}$ et qui est contenu dans $v(p)$.

Une suite monotone décroissante de voisinages

$$v_0(p_0)\supseteqq v_1(p_1)\supseteqq\cdots\supseteqq v_n(p_n)\supseteqq\cdots,\ v_n(p_n)\in\mathfrak{V}_{\gamma_n},$$

est dite fondamentale si $\gamma_n\downarrow 0$.[4]

Un espace rangé est dit complet si, pour toute suite fondamentale $\{v_n(p_n)\}$, on a $\bigcap_n v_n(p_n)\neq 0$.

Définition de l'intégrale. Soit $(X, \mathfrak{S})$ un espace mesurable tel que $X\in\mathfrak{S}$.[5] Soient μ, ν deux mesures sur $\mathfrak{S}$ telles que $\mu\equiv\nu$ et telles que $\nu(X)$ soit σ-finie. Désignons par $\boldsymbol{M}=\boldsymbol{M}(X)$ la famille de toutes les fonctions partout finies et mesurables sur X, identifiant deux fonctions qui ne sont pas différentes que sur un ensemble de mesure nulle. D'ailleurs, désignons par $\boldsymbol{R}$ l'espace des nombres réels. Alors, le produit

1) H. Okano: (ER)-integral of Radon-Stieltjes type, Proc. Japan Acad., **34**, 580–584 (1958). La notion de l'intégrale $E.R.$ a été premièrement introduite par Prof. K. Kunugi dans la Note: Application de la méthode des espaces rangés à la théorie de l'intégration. I, Proc. Japan Acad., **32**, 215–220 (1956).

2) K. Kunugi: Sur une généralisation de l'intégrale, §4 Généralisation, Fundamental and Applied Aspects of Math., **1**, 1–30 (1959).

3) F. Hausdorff: Grundzüge der Mengenlehre, Leipzig, 213 (1914).

4) $\gamma_n\downarrow 0$ signifie que $\gamma_0>\gamma_1>\cdots>\gamma_n>\cdots$ et $\lim_{n\to\infty}\gamma_n=0$.

5) Pour la notion concernant la mesure, nous nous conformons à P. R. Halmos: Measure Theory, New York (1950).