141. *Sur la Théorie Générale des Ensembles Partiellement Ordonnés. I*

Par Mihail BENADO

(Comm. by K. KUNUGI, M.J.A., Nov. 12, 1960)

Résumé. Dans cette note et les suivantes de cette série, je présente les principaux résultats de mes travaux [1–3], auxquels je renvoie quant aux démonstrations. Qualques notions fondamentales ainsi qu'une partie de ces résultats se trouvent déjà dans ma note [4] et dans mon rapport [5] où j'ai donné une première vue d'ensemble sur mes recherches à ce sujet. Il s'agit d'une extension aux ensembles partiellement ordonnés les plus généraux des méthodes et des principes de la théorie des treillis dont j'ai proposé autre fois une première extension par ma théorie des multitreillis [6–8].

Cette première note a un caractère préliminaire: elle contient les définitions des notions fondamentales et quelques unes de leurs conséquences les plus simples.

1. *Structures géométriques.* 1.1. *Notations.* Ensembles et sousensembles sont notés par des majuscules latines; l'ensemble vide est noté par ϕ. Éléments d'ensembles et de sousensembles sont désignés par des minuscules latines; le symbôle $\{a, b, c, \cdots\}$ dénote l'ensemble non nécessairement dénombrable dont les éléments sont $a, b, c, \cdots$. Majuscules grecques désignent des relations binaires alors que les minuscules grecques dénotent toujours des applications d'un ensemble dans (sur) un autre. Les symbôles $\bigcup$, $\bigcap$, $\subseteq(\supseteq)$ signifient respectivement union, intersection, inclusion au sens de la théorie générale des ensembles. Enfin X dénote toujours le produit cartésien.

1.2. *Définition.* Par *configuration abstraite* ou simplement *configuration* et par *ensemble partiellement ordonné* ([9], Chap. I, 1), j'entends une seule et même chose.

Dans tout ce qui suit $\mathfrak{P}$ *désigne* une configuration quelconque par rapport à l'ordre partiel $\geq$ ou $\leq$.

1.2.1. *Définition.* Pour $u, v\in\mathfrak{P}$ tels que $u\geq v$, j'entends par *quotient* u/v l'ensemble de tous les $x\in\mathfrak{P}$ tels que $u\geq x\geq v$. Cf. [9], Chap. I, § 1.

1.2.2. *Notation.* Pour chaque $A\subseteq\mathfrak{P}$ je dénote par VA l'ensemble de tous les $u\in\mathfrak{P}$ tels que $u\geq a$ pour chaque $a\in A$. Par la dualité ([9], Chap. I, § 3), le symbôle ΛA dénote l'ensemble de tous les $v\in\mathfrak{P}$ tels que $v\leq a$ pour chaque $a\in A$.

Au cas où $A=\phi$, ou a comme à l'ordinaire, $V\phi=\Lambda\phi=\mathfrak{P}$.

1.3. *Définition.* J'appelle *relation de divisibilité* dans toute