111. Sur une Frontière des Surfaces de Riemann

Par Kazumichi HAYASHI
Institut de Technologie de Tokio

(Comm. by K. KUNUGI, M.J.A., Oct. 12, 1961)

1. Soient S une surface de Riemann ouverte et $HB(S)$ l'ensemble de toutes les fonctions harmoniques uniformes bornées sur S, nous savons que $HB(S)$ est un espace vectoriel complètement réticulé par rapport à sa structure d'ordre naturel et qu'il est aussi un espace de Banach muni de la norme $\|f\|=\sup_{p\in S}|f(p)|$. Si $S\in O_G$, nous poserons, par convention, $HB(S)=\{0\}$.

Soit S^* l'espace compact des idéaux maximaux de $HB(S)$, en adoptant la fonction identiquement égale à 1 (à 0, si $S\in O_G$) comme élément unité, nous obtenons comme conséquence immédiate du théorème de représentation d'un espace vectoriel réticulé avec élément unité (cf. [8]):

Théorème 1. *Il existe un isomorphisme (en tant qu'espace vectoriel réticulé) φ de $HB(S)$ sur l'espace $C(S^*)$ de toutes les fonctions continues sur S^*.*

Définition. Nous appelons S^* la *frontière* de S.

Si $S\in O_G$, S^* est vide.

2. Soit G un domaine non compact sur S dont la frontière relative ∂G, qui peut être non compacte, est formée d'un ensemble au plus dénombrable d'arcs analytiques ne s'accumulant qu'à la frontière idéale de la surface. L'ensemble $H_0B(G)$ de toutes les fonctions harmoniques uniformes bornées sur G qui s'annulent continûment sur ∂G est un espace vectoriel complètement réticulé et aussi un espace de Banach. En adoptant $\omega_G(p)$ (=la mesure harmonique de la frontière idéale de S par rapport à G) comme élément unité, nous pouvons encore appliquer le théorème de représentation à $H_0B(G)$ et obtenons la frontière G^* de G.

D'autre part, nous savons qu'il existe un homomorphisme T_G de $HB(S)$ sur $H_0B(G)$ et un isomorphisme R_G de $H_0B(G)$ dans $HB(S)$ (cf. [1]).

Lemme 1. *Nous avons la décomposition de $HB(S)$ en somme directe:*

$$HB(S)=(I-R_GT_G)(HB(S))\dot{+}R_G(H_0B(G)).$$

(I: application identique de $HB(S)$ sur lui-même). C'est aussi une décomposition orthogonale et le premier terme du second membre est égal au noyau de T_G.

Donc il y a une correspondance biunivoque entre les idéaux maxi-