150. *Sur la Réduction Modulo $\mathfrak{p}$ de Certains Ensembles Algébriques*

Par Akiko YOSHIOKA
Osaka Prefectural University
(Comm. by K. SHODA, M.J.A., Nov. 12, 1962)

1. D'après C. Chevalley, on se propose un problème suivant: Soit k un corps muni d'une famille de valuations discrètes v_λ. Soient U, V des variétés algébriques définies sur k et f une application rationnelle partout définie de U dans V. Désignons par A_e, e un entier arbitraire, l'ensemble des points (y) de V tels que $f^{-1}(y)$ soit de codimension $\leqq e$ dans U. Soient $\overline{U}^{(\lambda)}$, $\overline{V}^{(\lambda)}$, $\bar{f}^{(\lambda)}$ les éléments obtenus de U, V, f par la réduction modulo $\mathfrak{p}_\lambda$, où $\mathfrak{p}_\lambda$ est l'idéal correspondant à v_λ; alors, pour presque tout λ, l'ensemble des points (η_λ) tels que $\bar{f}^{(\lambda)^{-1}}(\eta_\lambda)$ soit de codimension $\leqq e$ dans $\overline{U}^{(\lambda)}$, résulte-il de l'ensemble A_e par la réduction modulo $\mathfrak{p}_\lambda$?

Nous allons étudier sur cette question dont le résultat affirmatif sera utilisé dans la théorie des groupes algébriques.

2. Soient k un corps muni d'une valuation discrète et $\mathfrak{o}$ son anneau de valuation. Désignons par $\mathfrak{p}$ l'idéal maximal de $\mathfrak{o}$ et par κ le corps des restes $\mathfrak{o}/\mathfrak{p}$. Nous fixons le corps k et l'anneau de valuation $\mathfrak{o}$. Soient Ω, Ω_κ les corps universels sur k, κ, respectivement une fois pour toutes. Par ensemble algébrique ou variété, on entend dans ce travail un ensemble algébrique affine ou variété affine dans Ω^n ou Ω_κ^n.

Etant donné un ensemble algébrique U défini sur k, on peut définir l'ensemble algébrique $\overline{U}$ défini sur κ, obtenu de U par la réduction modulo $\mathfrak{p}$, au sens de G. Shimura [2]. Dans ce qui suit, on comprend la spécialisation, notée $(x)\xrightarrow{\mathfrak{o}}(\xi)$, ou la réduction toujours au sens ci-dessus. Et nous désignons souvent par $\overline{E}$, $(\bar{x})$, $\overline{\mathfrak{A}}$ etc., les éléments obtenus par la réduction modulo $\mathfrak{p}$ d'un ensemble E, d'un point (x), d'un idéal $\mathfrak{A}$ dans $\mathfrak{o}[X]$ etc. Pour éviter la confusion, l'adhérence d'une partie E d'un ensemble algébrique U sera notée par $\widetilde{E}$. D'après le théorème des zéros, on obtient immédiatement le lemme suivant:

Lemme 1. Soit E une partie d'un ensemble algébrique U défini sur k, qui est une réunion d'un nombre fini de ses parties irréductibles $E_1,\cdots,E_h$ de U. Alors, on a $\overline{E}=\overline{\widetilde{E}}$.

Pour un ensemble algébrique U, on sait que la $\mathfrak{o}$-algèbre affine de U, c'est-à-dire, l'anneau des fonctions polynômes sur U à coefficients