80. *Sur l'Aanalyticité de la Fonction Spectrale de l'Opérateur Δ Relatif au Problème Extérieur*

Par Sigeru MIZOHATA

(Comm. by Kinjirô KUNUGI, M.J.A., June 12, 1963)

1. Position du problème. Nous nous plaçons toujours dans l'espace à 3 dimensions. Etant donnée une surface fermée S assez régulière, nous allons considérer le problème extérieur de Neumann. Comme on verra, nos résultats (Théorèmes 4 et 5) sont encore vrais pour le problème extérieur de Dirichlet.

Nous allons construire, pour $Re\,\lambda>0$, le noyau de Green $G(P,Q\,|\,\lambda)$ de l'opérateur $(\lambda^2-\Delta)$ relatif au problème extérieur de Neumann, et nous voulons démontrer que ce noyau peut être prolongé holomorphiquement (en λ) au delà de l'axe imaginaire. Posons

$$G(P,Q\,|\,\lambda)=-\frac{1}{4\pi}\cdot\frac{e^{-\lambda|P-Q|}}{|P-Q|}+K_c(P,Q\,|\,\lambda),\quad Re\,\lambda>0$$

où $K_c(P,Q\,|\,\lambda)$ est le noyau compensateur.[1] On détermine le noyau K_c de la manière suivante: pour tout Q fixé, K_c, comme fonction de P, est une solution de $(\lambda^2-\Delta)K_c=0$, dont la dérivée normale sur S satisfait à la condition:

$$K_c(p,Q\,|\,\lambda)=\frac{d}{dn_+}\left[\frac{1}{4\pi}\cdot\frac{e^{-\lambda|p-Q|}}{|p-Q|}\right].^{2)}$$

Ce problème est classique. On peut y appliquer la méthode du potentiel. En effet, on peut s'attendre à obtenir cette fonction comme potentiel de simple couche étalée sur S:

$$K_c(P,Q\,|\,\lambda)=\frac{1}{2\pi}\int_S\psi(q;Q,\lambda)\frac{e^{-\lambda|q-P|}}{|q-P|}dq$$

où ψ est une fonction à chercher.

2. Rappel de la théorie du potentiel. Posons

$$E(P-p;\lambda)=\frac{1}{2\pi}\cdot\frac{e^{-\lambda|P-p|}}{|P-p|},\quad V(P)=\int_S\psi(q)E(P-q;\lambda)dq,$$

$$W(P)=\int_S\varphi(q)\frac{d}{dn_q}E(P-q;\lambda)dq,$$

où $\varphi(p)$ et $\psi(p)$ sont des fonctions continues. Posons enfin

---

1) Voir [2], pp. 123–124.

2) Nous avons adopté les notations dans [3]: p,q,r expriment les points sur S. P,Q expriment les points du domaine (extérieur ou intérieur). n désigne la normale orientée à l'extérieur. $\pm$ signifie la limite suivant la normale de l'extérieur (de l'intérieur).