29. *Une Nouvelle Méthode pour Considérer la Série comme une Intégrale. II*

Par Hatsuo OKANO

Université d'Osaka

(Comm. by Kinjirô KUNUGI, M.J.A., Feb. 12, 1965)

Si d'une suite $a: a_0, a_1, a_2, \cdots$, on en déduit une fonction $f_a(x)$, $0 \leqq x < \infty$, définie par

$$f_a(x) = a_i (i \leq x < i+1,\ i=0, 1, 2, \cdots),$$

pour que cette fonction soit sommable, il faut et il suffit que la série $\sum_{i=0}^{\infty} a_i$ soit absolument convergente.

D'autre part, par rapport à l'intégrale $(E.R.\nu)$,[1] dans la Note précédente,[2] nous avons démontré le

Théorème A. *Soit ν_0 une mesure définie par*

$$\nu_0(A) = \int_A g_0(x) dx,$$

où $g_0(x) = 2^{-i}$ $(i \leq x < i+1,\ i=0, 1, 2, \cdots)$; *alors, pour que la fonction* $f_a(x)$ *soit intégrable* $(E.R.\nu_0)$ *sur* $[0, \infty)$, *il faut et il suffit que la série* $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ *converge. Et, dans ce cas, on a*

$$(E.R.\nu_0) \int_0^{\infty} f_a(x) dx = \sum_{n=0}^{\infty} a_n.$$

Mais, l'intégrale $(E.R.\nu)$ d'une fonction qui n'est pas sommable dépend en général de la mesure ν. Donc, en variant ν, nous pouvons donner quelques méthodes de sommation des séries divergentes.

Dans la présente Note, à titre d'exemples, nous allons considérer la méthode par la moyenne arithmétique et la méthode par la moyenne logarithmique.

D'abord, nous allons redonner brièvement la définition de l'intégrale $(E.R.\nu)$.

1. *Définition de l'intégrale* $(E.R.\nu)$ *sur un intervalle fini ou infini* $[a, b]$.[3]

---

1) Pour la définition, voir la Section 1.

2) H. Okano: Une nouvelle méthode pour considérer la série comme une intégrale. I. Proc. Japan Acad., **38**, 213-216 (1962). Dans cette Note, nous avons simplement dit l'intégrale $(E.R.)$ au lieu de $(E.R._\nu)$.

3) Pour le détail, voir H. Okano: Sur une généralisation de l'intégrale $(E.R.)$ et un théorème général de l'intégration par parties. Jour. Math. Soc. Japan, **14**, 430-442 (1962). Dans cette Note, nous avons donné la définition de l'intégrale $(E.R.\nu)$ au moyen de l'espace rangé. Mais, on peut voir aussitôt qu'elle est équivalente à celle qu'il suit.

L'intégrale $(E.R.)$ et la généralisation de cette sorte ont été premièrement définies par Prof. K. Kunugi dans les Notes: Application de la méthode des espaces rangés à la théorie de l'intégration. I. Proc. Japan Acad., **32**, 215-220 (1956); Sur une généralisation de l'intégrale, Fundamental and Applied Aspects of Math. (Mon. Ser. Res. Inst. App. El., Hokkaido Univ., **7**), 1-30 (1959).