23. *Sur les Propriétés Asymptotiques des Valeurs Propres pour les Opérateurs Elliptiques*

Par Sigeru MIZOHATA

(Comm. by Kinjirô KUNUGI, M.J.A., Feb. 12, 1965)

1. *Introduction.*

Considérons le problème aux limites de la forme:

$$\begin{cases} A(x, D)u(x)=f(x) , \\ B_j(x, D)u(x)=0 , \quad j=1, 2, \cdots, b(=m/2), \end{cases}$$

où $f(x) \in L^2(\Omega)$, Ω étant un ouvert borné dans R^n dont la frontière est une hypersurface S assez régulière, et $A(x, D)$ étant un opérateur elliptique d'ordre m. Dans cette Note, les coefficients sont supposés aussi assez réguliers. Supposons que le système $\{B_j\}$ est normal et recouvre A (voir, [7], [1]). Supposons maintenant que A soit inversible dans $L^2(\Omega)$. Plus précisément, soit $\mathcal{D}(A)$ le domaine de définition

$$\mathcal{D}(A)=\{u \in \mathcal{E}^m_{L^2}(\Omega);\, B_j(x, D)u(x)=0,\ x \in S, \quad j=1, 2, \cdots, b\}$$

alors, notre hypothèse dit que A est une application biunivoque de $\mathcal{D}(A)$ sur $L^2(\Omega)$. Désignons par $G=A^{-1}$ l'opérateur de Green. G est un opérateur complètement continu dans $L^2(\Omega)$. Nous allons considérer le cas où A est un générateur infinitésimal d'un semi-groupe analytique e^{tA}. On peut supposer, sans diminuer la généralité, à savoir en considérant $A-tI(t>0)$ au lieu de A lui-même, que

$$\text{(1.1)} \qquad \| (\lambda I-A)^{-1} \| \leq \frac{C}{|\lambda|+1}, \quad \text{pour } \lambda \in C^1-\textstyle\sum,$$

où $\sum$ est le secteur défini sous la forme: $|\arg \lambda-\pi| \leq \varphi_0(<\pi/2)$.

$$\text{(1.2)} \qquad e^{tA}=\frac{1}{2\pi i}\int_{\Gamma}(\lambda I-A)^{-1}e^{\lambda t}d\lambda, \quad t>0,$$

où Γ est un chemin qu'on peut prendre le contour de $\sum$.

$$\text{(1.3)} \qquad G=-\int_0^\infty e^{tA}dt.$$

Remarquons qu'en posant

$$\text{(1.4)} \qquad (I-\lambda G)^{-1}=I+\lambda\Gamma_G(\lambda),$$

on a

$$\text{(1.5)} \qquad (I-\lambda A)^{-1}=-\Gamma_G(\lambda).$$

Notre principal résultat est le théorème 2. Comme on verra, le travail d'Arima ([2]) est un pilier de cette Note. Comme la démonstration des théorème énoncés ci-dessous est délicate, nous nous limitons à donner des esquisses des démonstrations. Un article ultérieur donnera la démonstration détaillée. Je tiens à exprimer des remercie-