172. *Sur le théorème de la continuité dans l'espace de deux variables complexes. II*

Par Ikuo KIMURA
Université de Kôbé

(Comm. by Kinjirô KUNUGI, M.J.A., Nov. 12, 1965)

Introduction. Dans une Note antérieure [3], j'ai traité la pseudoconvexité par rapport à w et démontré que tout domaine D pseudoconvexe par rapport à w est pseudoconvexe si la section $D(z_0)$ de D à un plan $z=\text{const.}\ z_0$ dépend continûment de z_0. Dans cette présente Note, nous étudions quelques autres propriétés de la pseudoconvexité par rapport à une direction complexe, et montrons surtout qu'un domaine D est pseudoconvexe si D est pseudoconvexe à deux directions complexes distinctes. Pour la simplicité, nous limitons toujours notre considération aux domaines *univalents* dans l'espace de deux variables complexes, comme dans la Note antérieure.

1. Définitions et notations. Soit D un domaine *univalent* dans l'espace de deux variables complexes w et z. Soient a et b deux nombres complexes tels que $|a|^2+|b|^2=1$; introduisons à nouveau les coordonnées W et Z par

$$Z=az-bw,\ W=\bar{b}z+\bar{a}w.$$

Nous disons que le domaine D est *pseudoconvexe à la direction complexe* (a, b) ou simplement *pseudoconvexe* (a, b), si D est pseudoconvexe par rapport à W (voir [3]) en tant que domaine dans l'espace de W et Z. Désignons par $R(w, z; a, b)$ le rayon de Hartogs $R_W(Z)$ de D par rapport à W au point $Z=az-bw$, $W=\bar{b}z+\bar{a}w$, dans l'espace de W et Z. La valeur $R(w, z; a, b)$ est dite *le rayon de Hartogs de D à la direction complexe* (a, b). On démontre facilement que $R(w, z; a, b)=\inf\{|u| \mid (w+au, z+bu)\notin D\}$. Dans le cas où $a=1$ et $b=0$, $R(w, z; a, b)$ n'est d'autre que le rayon de Hartogs de D par rapport à w. Enfin pour un nombre positif m, désignons par $D^{(m)}$ l'ensemble des points de D, dont les distances à la frontière de D sont plus grandes que m.

2. Lemmes. Le lemme suivant est une conséquence directe d'un lemme que nous avons donné dans [3].

Lemme 1. *Si D est un domaine pseudoconvexe à une direction complexe $(a,b)(|a|^2+|b|^2=1)$, la fonction $G(w,z;a,b)=-\log R(w,z;a,b)$ est plurisousharmonique dans D.*

Comme la préparation de la démonstration des résultats énoncés dans l'Introduction, établissons quelques autres lemmes.