108. *Sur les convergences dans l'espace rangé. I*

Par Yukio YOSHIDA
Université d'Osaka

(Comm. by Kinjirô KUNUGI, M.J.A., May 12, 1966)

Considérons un espace rangé[1] R satisfaisant aux axioms (A) et (B) de M. Hausdorff dont l'indicateur est ω.

§1. Une convergence. Définition 1. Étant donnée une suite des points $\{x_\alpha \mid 0 \leq \alpha < \omega\}$ et un point x de R, nous disons que la suite $\{x_\alpha\}$ *converge quasi-proprement vers* x, ou que x est *une limite quasi-propre* de $\{x_\alpha\}$, et nous l'écrivons par

$$x \in \{\lim_{\alpha}\text{-}q\text{-prop } x_\alpha\}$$

s'ils satisfont aux trois conditions suivantes:

(1°) $$x \in \{\lim_{\alpha} x_\alpha\}.^{1)}$$

(2°) Lorsque x est séparé[1] d'un autre point y de R, il existe une suite fondamentale $\{V_\alpha(x) \mid 0 \leq \alpha < \omega\}$ des voisinages par rapport à x[2] dont, pour tout nombre ordinal $\alpha(0 \leq \alpha < \omega)$, on a

$$x_\alpha \in V_\alpha(x)$$

et telle qu'on a

$$y \notin \bigcap_{\alpha} V_\alpha(x).$$

(3°) Lorsqu'un point y de R est séparé du point x, pour toute suite fondamentale $\{U_\alpha(y) \mid 0 \leq \alpha < \omega\}$ des voisinages par rapport à y telle qu'on a $x \notin \bigcap_{\alpha} U_\alpha(y)$, il existe un nombre ordinal $\alpha_0(0 \leq \alpha_0 < \omega)$ tel que la suite $\{x_\alpha\}$ est résiduelle dans la complimentaire de $U_{\alpha_0}(y)$.

Alors, pour une suite $\{x_\alpha \mid 0 \leq \alpha < \omega\}$ des points de R et pour des points x, y de R, il est facile d'établier les propositions suivantes.

Proposition 1. $x \in \{\lim_{\alpha}\text{-prop } x_\alpha\}$[1] *entraîne* $x \in \{\lim_{\alpha}\text{-}q\text{-prop } x_\alpha\}$.

Proposition 2. *Si l'on a* $x_\alpha \equiv x$ $(0 \leq \alpha < \omega)$, *alors nous avons*

$$x \in \{\lim_{\alpha}\text{-}q\text{-prop } x_\alpha\}.$$

Proposition 3. *Si l'on a* $x \in \{\lim_{\alpha}\text{-}q\text{-prop } x_\alpha\}$, *alors pour toute suite partielle*[1] $\{x_{\alpha(\beta)} \mid 0 \leq \beta < \omega\}$ *de la suite* $\{x_\alpha \mid 0 \leq \alpha < \omega\}$, *on a*

$$x \in \{\lim_{\beta}\text{-}q\text{-prop } x_{\alpha(\beta)}\}.$$

Proposition 4. *Si l'espace rangé R satisfait á l'axiom (b) de Prof. K. Kunugi,*[1] *et si l'on a, pour un nombre ordinal* $\alpha_0(0 \leq \alpha_0 < \omega)$,

$$x \in \{\lim_{\alpha}\text{-}q\text{-prop } x_{\alpha_0+\alpha}\}$$

1) K. Kunugi: Sur la méthode des espaces rangés. I. Proc. Japan Acad., **42**, 318-322 (1966).

2) K. Kunugi: Sur la méthode des espaces rangés. II (à paraître).