137. *Sur les structures des espaces rangés.* I[1)]

Par Yukio YOSHIDA
Université d'Osaka

(Comm. by Kinjirô KUNUGI, M.J.A., June 13, 1966)

§1. Définition de l'espace rangé. Dans ce paragraph, nous étudions la définition d'espace rangé.

Soit R un espace rangé qui satisfait aux axions (A) et (B) de M. Hausdorff et dont l'indicateur est ω. Pour chaque point x de R, la collection de toutes les familles $\mathfrak{V}_\alpha(x)(0\leq\alpha<\omega)$ de tous les voisinages de rang α de x satisfait aux quatre conditions suivantes:

(1) $\mathfrak{V}(x)=\bigcup_\alpha \mathfrak{V}_\alpha(x)$ est non-vide.

(2) à chaque élément V de $\mathfrak{V}(x)$ on a

$$x\in V.$$

(3) Pour tout élément V de $\mathfrak{V}(x)$ et pour tout nombre ordinal $\alpha(0\leq\alpha<\omega)$ il existe un nombre ordinal β et un élément W de $\mathfrak{V}_\beta(x)$ tels que l'on a

$$\alpha\leqq\beta<\omega \quad \text{et} \quad V\supseteqq W.$$

(4) Pour toute suite

$$V_0, V_1, \cdots, V_\gamma, \cdots \quad (0\leq\gamma<\beta)$$

bien ordonnée (n'étant pas nécessairement monotone) d'éléments de $\mathfrak{V}(x)$ dont le type est un nombre ordinal β inférieur à ω, il existe un élément V de $\mathfrak{V}(x)$ tel que l'on a

$$V\subseteqq\bigcap_\gamma V_\gamma.$$

Désignons par (A_r), (α_r), et (B_r^*) les conditions (2), (3), et (4) respectivement.

Inversement, sur un ensemble R non-vide et sur un nombre ordinal ω limite inaccessible, supposons que, pour tout point x de R, il existe une collection des familles $\mathfrak{V}_\alpha(x)$ des parties de R où α parcourt l'intervalle $0\leq\alpha<\omega$ et laquelle satisfait aux conditions (1), (2), (3), et (4).

Si l'on prend pour la base des voisinages du point x la famille $\mathfrak{V}(x)=\bigcup_\alpha\mathfrak{V}_\alpha(x)$, R devient un espace topologique qui satisfait aux axioms (A) et (B) de M. Hausdorff, et dont la profondeur est égale ou supérieur à ω. De plus, sur cet espace topologique R, si l'on prend pour les voisinages de rang α de x tous éléments de $\mathfrak{V}_\alpha(x)$, alors R devient un espace rangé dont l'indicateur est ω.

1) K. Kunugi: Sur la méthode des espaces rangés. I. Proc. Japan Acad., **42**, 318-322 (1966).