136. *Sur le produit des espaces rangés. II*[1]

Par Yukio YOSHIDA
Université d'Osaka

(Comm. by Kinjirô KUNUGI, M.J.A., June 13, 1966)

Dans cette note, soit ω un nombre ordinal limite inaccessible, soit θ ($\theta \neq 0$) un nombre ordinal inférieur ou égale à ω, soit Ξ la totalité des nombres ordinals inférieurs à θ, et soit $\{R_\xi \mid \xi \in \Xi\}$ une famille d'espaces rangés qui satisfont aux axiom (A), (B) de M. Hausdorff et (b) de Prof. K. Kunugi[2] et dont les indicateurs sont tous égales à ω.

§ 2. Espace $\langle R = \prod_{0 \leq \xi < \theta} R_\xi, \rho_2 \rangle$. Sur l'ensemble produit $R = \prod_{0 \leq \xi < \theta} R_\xi$, prenons pour la base des voisinages d'un point x quelconque de R la totalité des ensembles nolmals[1] E dont pour chaqu'un il existe un nombre ordinal η inférieur à ω tel que

$$p_\xi(E) = \begin{cases} \text{un voisinage du point } p_\xi(x) & \text{lorsque } 0 \leq \xi < \eta \\ R_\xi & \text{lorsque } \eta \leq \xi \end{cases}$$

(où p_ξ est la projection de R sur R_ξ). Alors l'espace R devient un espace topologique satisfaisant aux axioms (A) et (B).

Sur l'espace R, prenons pour voisinages de range α ($0 \leq \alpha < \omega$) d'un point x quelconque de R tous voisinages normals[1] de x dont chaqu'un est transformé par la projection $p_\xi : R \to R_\xi$ sur un voisinage du point $p_\xi(x)$ et de rang α dans R_ξ lorsque $0 \leq \xi < \alpha$, et sur R_ξ lorsque $\alpha \leq \xi$. Alors, si tous espaces rangés R_ξ satisfont à l'axiom (c),[1] R devient un espace rangé dont l'indicateur est ω et qui satisfait aux axioms (b) et (c).

Désignons-le par $\langle R = \prod_{0 \leq \xi < \theta} R_\xi, \rho_2 \rangle$ ou brièvement par $\langle R, \rho_2 \rangle$.

Sur l'espace rangé $\langle R = \prod_{0 \leq \xi < \theta} R_\xi, \rho_2 \rangle$ la projection $p_\xi : R \to R_\xi$ transforme le voisinage d'un point x quelconque de R et de rang α supèrieur à ξ sur un voisinage du point $p_\xi(x)$ et de rang α. Donc, lorsqu'une suite $\{V_\alpha(x) \mid 0 \leq \alpha < \omega\}$ des voisinages dans R est fondamentale par rapport à x,[3] pour tout ξ, la suite $\{p_\xi(V_\alpha(x)) \mid 0 \leq \alpha < \omega\}$ des voisinages dans R_ξ est fondamentale par rapport à point $p_\xi(x)$.

Soit S un espace rangé quelconque dont l'indicateur est ω, et

1) Y. Yoshida: Sur le produit des espaces rangés. I. Proc. Japan Acad., **42**, 477-481 (1966).

2) K. Kunugi: Sur la méthode des espaces rangés. I. Proc. Japan Acad., **42**, 318-322 (1966).

3) ——: Sur la méthode des espaces rangés. II. Proc. Japan Acad., **42**, 549-554 (1966).