126. *Sur la pseudoconvexité par rapport à une direction. I*

Par Ikuo KIMURA
Université de Kôbé

(Comm. by Kinjirô KUNUGI, M.J.A., June 13, 1966)

Introduction. Dans des notes antérieures [1]~[5], nous avons examiné des propriétés de la pseudoconvexité par rapport à une direction de domaines dans l'espace de *deux* variables complexes. Dans cette présente Note et la suivante, nous poursuivons le même objet dans l'espace de $n(n\geqq 2)$ variables, et montrons que tous les résultats de [1]~[5] subsistent pour les n variables.

1. **Définitions.** Bien que, dans [1]~[5], nous ayons limité nos considérations aux domaines, c'est-à-dire aux ensembles ouverts et connexes, tous les résultats de cette série de notes sont vrais pour les ensembles ouverts et non connexes; pour cette raison, dans la suivante nous traitons, plus généralement, les ensembles ouverts que nous exprimons par le mot "régions". Soit D une région (connexe ou non) dans l'espace de n variables $z_1, z_2, \cdots, z_n$. Soit x une des variables $z_1, z_2, \cdots, z_n$, et soient $y_1, y_2, \cdots, y_{n-1}$ les autres; nous considérons quatre sortes de pseudoconvexité par rapport à une direction, comme suit.

Définition 1. *Soient* $y_i=f_i(x, t)$, $i=1, 2, \cdots, n-1$, *des fonctions continues sur l'ensemble* $\{|x-x_0|\leqq r, 0\leqq t\leqq 1\}$ *et telles que pour tout* t_0 *fixe,* $f_i(x, t_0)$, $i=1, 2, \cdots, n-1$, *soient holomorphes en* x *sur* $|x-x_0|\leqq r$, *où* x_0 *et* $r(r>0)$ *sont des nombres fixes mais arbitrairement donnés auparavant. Considérons la famille des surfaces analytiques*

$$F_t\colon y_i=f_i(x,t),\ |x-x_0|\leqq r,\ i=1,2,\cdots,n-1, 0\leqq t\leqq 1.$$

Nous disons que la région D *est pseudoconvexe* (O) *par rapport à* x, *si les relations* $F_t\subset D$ *pour* $0<t\leqq 1$ *et* $\mathrm{Fr}.F_0\subset D$ *entraînent* $F_0\subset D$, *quelque soient* $f_i(x, t)$.

Remarque 1. La terminologie ancienne dans [1]~[5] est un peu différente de celle que nous employons ici. En effet, par exemple, la définition 1 est exprimée par la terminologie ancienne comme suit: la région D satisfaisant aux conditions de la définition 1 est pseudoconvexe (O) par rapport à $y=(y_1, y_2, \cdots, y_{n-1})$.

Définition 2. *Soient* $y_i=f_i(x,t)$, $i=1, 2, \cdots, n-1$, *des fonctions continues sur un ensemble* $\{|x-x_0|\leqq r, 0\leqq t\leqq 1\}$ *et holomorphes en* x *sur* $|x-x_0|\leqq r$ *pour tout* t *fixe. Et supposons que l'on ait*