

**230. Sur les espaces duels des espaces  
de Stepanoff et de Weyl. I**

Par Yukio YOSHIDA

Université d'Osaka

(Comm. by Kinjirô KUNUGI, M.J.A., Nov. 12, 1966)

Concernant les études sur les fonctions presque périodiques, MM. E. Hewitt [3] et E. Følner [4] ont réussi à réaliser l'espace duel de l'espace  $\mathfrak{A}$  et celui de l'espace  $\mathfrak{B}$  respectivement: où  $\mathfrak{A}$  est la complétion de l'espace  $P$ , tous les polynômes trigonométriques, par la norme

$$\|x\|_{\mathfrak{A}} = \sup_t |x(t)|$$

et où  $\mathfrak{B}$  est celle par la norme de M. Besicovitch

$$\|x\|_{\mathfrak{B}} = \lim_{T \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |x(t)|^p dt \right)^{\frac{1}{p}} \quad (p \geq 1).$$

Sur les espaces  $\mathfrak{C}$  et  $\mathfrak{B}$ , les complétions de  $P$  par la norme de M. Stepanoff

$$\|x\|_{\mathfrak{S}} = \sup_t \left( \int_t^{t+1} |x(t)|^p dt \right)^{\frac{1}{p}}$$

et de M. Weyl

$$\|x\|_{\mathfrak{W}} = \limsup_{l \rightarrow +\infty} \sup_t \left( \frac{1}{l} \int_t^{t+l} |x(t)|^p dt \right)^{\frac{1}{p}}$$

respectivement, il nous apparaît que l'on n'a pas réussi à réaliser l'espace duel de  $\mathfrak{C}$  ou de  $\mathfrak{B}$ .

D'autre part, on peut avancer les problèmes de réaliser les espaces  $S$ ,  $W$  et  $B$ , complétions de toutes les fonctions éscaliers mesurables par les normes  $\|x\|_S$ ,  $\|x\|_W$ , et  $\|x\|_B$  respectivement.

Dans cette note et celle prochaine, nous allons étudier les représentations intégrales des fonctionnelles linéaires sur les espaces  $S$  et  $W$  qui sont les complétions de la totalité  $E$  des fonctions éscaliers mesurables par les normes

$$\|x\|_S = \sup_n \left( \frac{1}{l} \int_{nl}^{(n+1)l} |x(t)|^p dt \right)^{\frac{1}{p}},$$

$$\|x\|_W = \lim_{l \rightarrow +\infty} \|x\|_S^{(1)}$$

respectivement. Nous allons appeler les espaces  $S$  et  $W$  espace de

1) On peut voir que pour toute fonction mesurable  $x(t)$

$$\lim_{l \rightarrow +\infty} \sup_t \left( \frac{1}{l} \int_t^{t+l} |x(t)|^p dt \right)^{\frac{1}{p}}$$

est égale à  $\lim_{l \rightarrow +\infty} \|x\|_l$ .