247. *Sur les convergences dans l'espace rangé. II*

Par Yukio YOSHIDA
Université d'Osaka

(Comm. by Kinjirô KUNUGI, M.J.A., Dec. 12, 1966)

Continuant la note précédente [6], nous allons étudier les convergences dans les espaces rangés:[1] sur les conditions pour que la limite simple coïncide avec la limite propre ou avec la limite ordinaire et sur les para-convergences.[2]

Dans cette note, supposons que R soit un espace rangé satisfaisant aux conditions (A) et (B) de M. Hausdorff et ayant l'indicateur ω.[3]

§ 2. **Espace quasi-séparément rangé** (continué). Si R est quasi-séparément rangé, alors pour chaque suite $\{x_\alpha \mid 0 \leq \alpha < \omega\}$ des points de R, $\{\lim_\alpha x_\alpha\}$ consiste en un point au plus.[4] La réciproque de cette assertion est aussi exacte. Donc nous avons:

Proposition 10. *Pour que de chaque suite* $\{x_\alpha \mid 0 \leq \alpha < \omega\}$ *des points de* R, $\{\lim_\alpha x_\alpha\}$ *consiste en un point au plus, il faut et il suffit que l'espace* R *soit quasi-séparément rangé.*

§ 3. **Espace séparément rangé.** Dans ce paragraph, nous étudions les espaces rangés qui satisfont à l'axiome de séparation (T_0) et dans lesquels la limite simple coïncide avec la limite propre. ([2] p. 322) Nous disons que l'espace rangé de cette sorte est *séparément rangé.*

Proposition 11. *L'espace séparément rangé est un espace quasi-séparément rangé. Donc il est séparé.*

Proposition 12. *Pour qu'un espace quasi-séparément rangé* R *soit séparément rangé, il faut et il suffit que, pour tous deux points distincts* x *et* y *de* R *et pour toute suite fondamentale*

$$\{V_\alpha(x) \mid 0 \leq \alpha < \omega\}$$

des voisinages par rapport à x, *il existe un nombre ordinal* $\beta_0 (0 \leq \beta_0 < \omega)$ *tel que tout voisinage* $U(y)$ *de* y *de rang supérieur à* β_0, *ne contenant pas* x, *soit disjoint d'un term* $V_{\alpha_0}(x)$ *de* $\{V_\alpha(x)\}$.

Démonstration. Sur la nécessité: Soient $\{V_\alpha(x) \mid 0 \leq \alpha < \omega\}$ une suite fondamentale des voisinages par rapport à un point x de R et

---

1) Sur les espaces rangés, voir [1], [2], et [3].

2) Nommées par Prof. K. Kunugi. M. H. Okano a étudié les convergences dans l'espace rangé de ce point de vue. Voir [4] et [5].

3) ω est un nombre ordinal limite inaccessible. Voir [2] p. 319.

4) L'espace quasi-séparément rangé satisfait à l'axiome de séparation (T_0) de M. Kolmogoroff. Voir [6] p. 475 et p. 474 proposition 5.