26. *Remarque sur l'ensemble analytique défini par* $y^m = f(x_1, x_2, \cdots, x_n)$

Par Ikuo KIMURA

Université de Kôbé

(Comm. by Kinjirô KUNUGI, M.J.A., Feb. 13, 1967)

Considérons dans l'espace x, y un ensemble analytique, principal et irréductible à l'origine. Supposons que cet ensemble soit défini par les zéros d'un pseudo-polynôme irréductible à l'origine

$$y^m + a_1(x)y^{m-1} + \cdots + a_m(x),$$

où m est un entier $m \geqq 1$ et que $a_i(x)$ sont des fonctions holomorphes à $x=0$ et satisfaisant à $a_i(0)=0$. On sait que cet ensemble est normal à l'origine si et seulement si ou bien $m=1$ ou bien le premier coefficient c_1 de la série de Puiseux

$$y = c_1 x^{\frac{1}{m}} + c_2 x^{\frac{2}{m}} + \cdots$$

définissant cet ensemble ne s'annule pas. Ce critère est simple et applicable pour les ensembles analytiques, principaux et irréductibles, puisqu'ils sont toujours transformés analytiquement et biunivoquement à ceux de la forme expliquée ci-dessus. Mais cela est en défaut si le nombre de variables est plus grand que 2. J'ai cherché des conditions simples autant que possible pour la normalité d'ensembles dans l'espace de variables en nombre plus grand que 2. Mais dans cette Note, nous nous contentons de nous limiter aux ensembles qui peuvent être définis par des équations de type $y^m = f(x_1, x_2, \cdots, x_n)$.

Soit A l'ensemble analytique dans l'espace $x_1, x_2, \cdots, x_n, y (n>1)$ défini par

$$y^m = f(x) (= f(x_1, x_2, \cdots, x_n)),^{*)}$$

dont le deuxième membre est une fonction holomorphe à l'origine $x=0$ telle que $f(0)=0$ et où m est un entier plus grand que 1.

Soit z une *fonction holomorphe sur* A, c'est-à-dire une fonction définie et holomorphe sur les points réguliers de A et bornée dans un voisinage d'un point quelconque de A. Pour que A soit *normal* à l'origine $(x, y)=0$, par définition, il faut et il suffit de pouvoir trouver une fonction $h(x, y)$ holomorphe à l'origine et satisfaisant à

$$z = h(x, y) \text{ en points réguliers de } A.$$

---

*) Pour la simplicité, nous exprimons dans la suivante les points $(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ et $(x_1, x_2, \cdots, x_n, y)$ par x et (x, y), respectivement. En plus nous désignons l'origine de l'espace $x_1, x_2, \cdots, x_n$ et celui de l'espace $x_1, x_2, \cdots, x_n, y$ simplement par le zéro 0.