64. *Caracterisation des algèbres de Nelson par des egalités. I*

Par Diana BRIGNOLE et Antonio MONTEIRO
Instituto de Matemática, Universidad Nacional del Sur, Bahia Blanca, Argentina

(Comm. by Kinjirô KUNUGI, M.J.A., April 12, 1967)

1. Introduction. La notion de N-lattice, introduite par Helena Rasiowa, [13], [14], joue un rôle fondamental dans l'étude de la logique constructive avec négation forte considérée par David Nelson [12], et A. Markov [8]. Le calcul propositionnel correspondant a été aussi étudié par N. Vorobiev, [16], [17].

Ce rôle est analogue à celui qui joue la notion d'algèbre de Boole (de Heyting) dans l'étude du calcul propositionnel classique (intuitionniste).

Les axiomes indiqués par Helena Rasiowa pour caractériser les N-Lattices, auxquelles nous donnerons dans cette note le nom d'algèbres de Nelson, sont assez nombreux, et en outre ils ne sont pas tous des égalités.

Nous nous proposons d'indiquer une caractérisation des algèbres de Nelson par des égalités, au moyen d'un nombre assez réduit d'axiomes.

Nous supposerons connus les résultats indiqués dans [11].

2. La Définition de H. Rasiowa.

Rappelons tout d'abord la définition suivante:

2.1. Définition. *Un système* $(A, 1, \sim, \wedge, \vee)$ *formé par* 1°) *un ensemble, non vide,* A; 2°) *un élément* $1 \in A$; 3°) *un opérateur monaire* $\sim$ *défini sur* A; 4°) *deux opérations binaires* $\wedge$ *et* $\vee$ *définies sur* A, *sera dit une algèbre de Morgan, ou une algèbre quasi-booléenne, si les conditions suivantes sont vérifiées*:

N1) $x \vee 1 = 1$

N2) $x \wedge (x \vee y) = x$

N3) $x \wedge (y \vee z) = (z \wedge x) \vee (y \wedge x)$

N4) $\sim\sim x = x$

N5) $\sim(x \wedge y) = \sim x \vee \sim y$

Un système $(A, \wedge, \vee)$ vérifiant les axiomes N2), N3) est, d'après M. Sholander [15], un réticulé distributif. De N1) on déduit que 1 est le dernier élément de A. On démontre immédiatement que

N5′) $\sim(x \vee y) = \sim x \wedge \sim y$

et que $0 = \sim 1$ est le premier élément de A. A propos de cette

1) Les nombres entre crochets se rapportant aux ouvrages cités dans la bibliographie dans la deuxième note.