93. *Sur le développement en série d'une fraction continue du type des fractions de Stieltjes*

Par Marc DUPUIS

Institut de Physique du Collège d'Enseignement Général de l'Université de Tokyo et Maison Franco-Japonaise de Tokyo

(Comm. by Zyoiti SUETUNA, M.J.A., June 12, 1967)

Considérons la série des puissances descendantes de la variable z

$$S=\frac{s_0}{z}-\frac{s_1}{z^3}+\frac{s_2}{z^5}-\cdots+(-1)^n\frac{s_n}{z^{2n+1}}+\cdots \tag{1}$$

et la fraction continue

$$F=\cfrac{c_0}{z+\cfrac{c_1}{z+\cfrac{c_2}{z+\ddots}}} \tag{2}$$

dont les coefficients $c_0, c_1, \cdots, c_n, \cdots$ sont des nombres quelconques, différents de zéro. Cette fraction est équivalente, comme on sait [1], à une fraction continue de Stieltjes à coefficients quelconques.*) Laissant de côté toute question de convergence, nous voulons considérer dans cette note le problème formel du passage de la fraction continue F à la série S.

Le problème de développer la série S en la fraction continue F a été résolu depuis longtemps par Frobenius [2], [3]. En désignant par A_n et B_n les déterminants de Hankel

$$A_0=1,\ A_n=\begin{vmatrix} s_0 & s_1 & \cdots & s_{n-1} \\ s_1 & s_2 & \cdots & s_n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ s_{n-1} & s_n & \cdots & s_{2n-2} \end{vmatrix} \tag{3}$$

$$B_0=1,\ B_n=\begin{vmatrix} s_1 & s_2 & \cdots & s_n \\ s_2 & s_3 & \cdots & s_{n+1} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ s_n & s_{n+1} & \cdots & s_{2n-1} \end{vmatrix} \tag{4}$$

les coefficients de F sont reliés à ceux de S par les relations

$$\left.\begin{aligned} c_0&=s_0 \\ c_{2n-1}&=A_{n-1}B_n/A_nB_{n-1} \\ c_{2n}&=A_{n+1}B_{n-1}/A_nB_n \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Le problème inverse, qui est celui de développer la fraction continue F en la série S a aussi été résolu depuis longtemps, par

*) La fraction (2) est parfois appelée fraction du type S.