

54. Stetige Konvergenz und der Satz von Ascoli und Arzelà. III^{*)}

Von Harry POPPE

Sektion Mathematik, Ernst-Moritz Arndt Universität, D. D. R.

(Comm. by Kinjirô KUNUGI, M. J. A., April 12, 1968)

Die vorliegende Arbeit schließt sich unmittelbar an die Arbeiten [8] und [9], insbesondere an die Arbeit [8] an.¹⁾ Sie enthält Verschärfungen und Verallgemeinerungen einiger Ergebnisse aus [8]. Ferner berichtigen wir einen Fehler, der in [8] bei den Betrachtungen über den Limesraum der stetigen Konvergenz aufgetreten ist. (Hilfssatz (2.4b) von [8]) Dieser Fehler hat ein weiteres unrichtiges Ergebnis zur Folge (Hilfssatz auf S. 119 bzw. Satz (3-11) von [8]: eine Aussage über die Gültigkeit des "Exponentialgesetzes für Abbildungsräume" bezüglich der compact-open-Topologie τ_c). N.L. Noble (Worcester, Mass.) machte uns liebenswürdigerweise in einem Brief darauf aufmerksam. In diesem Zusammenhang hat Noble [7] ein Ergebnis erhalten, das wir hier verschärfen und verallgemeinern können.

Wir verwenden im folgenden die in [8] und [9] benutzten Bezeichnungen und Begriffe. Zur Bequemlichkeit der Leser stellen wir jedoch die wichtigsten Begriffe noch einmal kurz zusammen. Unter einem allgemeinen Limesraum X verstehen wir eine Menge X , in der auf irgendeine Weise jedem eigentlichen Filter ϕ aus X eine Teilmenge von X , die Menge der Limespunkte von ϕ , zugeordnet wird: $\phi \rightarrow \lim \phi \subset X$. Ist $x \in \lim \phi$, so schreiben wir auch $\phi \rightarrow x$ und ϕ heißt konvergent gegen x . Für diese Limesabbildung \lim betrachten wir die folgenden Axiome:

L I: Ist $x \in X$, so gilt für den von $\{x\}$ erzeugten Filter ϕx

$$x \in \lim \phi x.$$

L II: Aus $\phi \subset \phi_1$ und $x \in \lim \phi$ folgt $x \in \lim \phi_1$.

Einen allgemeinen Limesraum, der die Axiome L I und L II erfüllt, bezeichnen wir kurz als L -Raum. Für L -Räume betrachten noch die Axiome:

L III: Ist ϕ ein Filter in X und gilt für jeden Ultrafilter

$$\pi \supset \phi \pi \rightarrow x, \text{ so folgt } \phi \rightarrow x.$$

^{*)} Für die Bezeichnungen vgl. Stetige Konvergenz und der Satz von Ascoli und Arzelà. I, Math. Nachr., **30**, 87-122 (1965), II, Monatsberichte der Deutschen Akad. der Wiss. zu Berlin, **8**, 259-264 (1966).

1) Die Literatur befindet sich am Schluss der "VI".