72. *Stetige Konvergenz und der Satz von Ascoli und Arzelà.* V

Von Harry POPPE
Sektion Mathematik, Ernst-Moritz Arndt Universität, D. D. R.

(Comm. by Kinjirô KUNUGI, M. J. A., May 13, 1968)

Die vorliegende Arbeit enthält Anwendungen der Ergebnisse von "III, IV"[1] auf Kompaktheitskriterien vom Ascoli-Arzelà-Typ (Verschärfungen von Kriterien in [8] und [6]). Ferner ergibt sich ein spezielles Ergebnis über die Gültigkeit des Exponentialgesetzes für τ_c. Speziell werden Anwendungen der folgenden Ergebnisse von "IV" betrachtet. Wir benutzen dabei in der vorliegenden Arbeit die Bezeichnungen von "III, IV" und führen die dort begonnene Numerierung der Ergebnisse weiter:

(7) Y, Z seien L-Räume, Z erfülle die Axiome L III und LT_2; es sei $H \subset C(Y, Z)$ (oder allgemeiner $H \subset Z^Y$); lim sei eine Limesabbildung für H und es gelte:

1) H ist bezüglich lim kompakt,

2) $\omega:(H, \lim)\times Y \to Z$ ist stetig.

Dann ist H gleichstetig.

(8) Y, Z seien L-Räume; es sei $H \subset Z^Y$; lim sei eine Limesabbildung für H. Ist $A \subset Y$, so bezeichnen wir mit f_A die Einschränkung von $f \in Z^Y$ auf A. lim genüge folgenden Bedingungen:

(a) Ist $K \subset Y$ kompakt, so ist lim für $q_K(H)$ erklärt und die Abbildung $q_K: f \to f_K$ von $(H, \lim)$ auf $(q_K(H), \lim)$ ist stetig.

(b) Ist K kompakt in Y, so stimmen in $q_K(H)$ lim und s-lim überein.

Es sei $M \subset H \times Y$ und $pr_Y M$ sei kompakt in Y. Dann ist ω auf M stetig.

1) Aus (7) ergibt sich zunächst ein Satz von Kelley und Morse ([6], Chapter 7, Satz 20):

Y sei ein beliebiger, Z ein Hausdorffscher regulärer topologischer Raum; es sei $H \subset C(Y, Z)$ und τ sei eine Topologie für H (oder für $C(Y, Z)$) mit der Eigenschaft, daß $\omega:(H, \tau)\times Y \to Z$ stetig ist.[2] Ist dann $H\tau$-kompakt, so ist H gleichstetig.

Nach (7) genügt hierbei die Voraussetzung, daß Z Hausdorffsch ist.

---

1) Siehe [11].

2) In der englisch-sprachigen Literatur ist hierfür die Sprechweise "τ ist "admissible" (oder "jointly continuous") für H" üblich.