199. *Sur le "principe de domination relatif" de Ninomiya*

Par Masayuki ITO
Institut Mathématique de l'Université de Nagoya

(Comm. by Kinjirô KUNUGI, M. J. A., Dec. 12, 1969)

1. Soit R^n l'espace euclidien à $n(\geqq 3)$ dimensions et muni de la coordonnée sphérique (r, σ), et soit K une fonction de r, continue au sens large dans R^n, finie en dehors de l'origine 0 et tendant vers 0 à l'infini. Le potentiel d'une mesure positive μ dans R^n par rapport au noyau K est défini par la convolution

$$K\mu(x)=K*\mu(x)=\int K(x-y)d\mu(y).$$

Appelons que K satisfait au "principe de domination relatif" de Ninomiya si, quel que soit $\alpha(2\leqq\alpha<n)$ et quelles que soient μ, ν de mesures positives dans R^n, l'inégalité $K_\mu(x)\leqq U^\nu_\alpha(x)$ est satisfaite partout dans R^n dès qu'elle l'est sur $S\mu$, le support de μ, et que $\int K\mu d\mu<+\infty$. On désigne ici par U^ν_α le potentiel de ν par rapport au noyau $r^{\alpha-n}$.

La forme originelle de Ninomiya concerne les potentiels de Riesz-Frostman (voir [1] et [4]), et on connaît que si K satisfait au principe de domination ordinaire, il satisfait au "principe de domination relatif" de Ninomiya (voir [2]). On se propose de fournir un résultat définitif.

Théorème. *Pour que K satisfasse au "principe de domination relatif" de Ninomiya, il faut et il suffit qu'il satisfasse au principe classique du maximum.*

On dit que K satisfait au principe classique du maximum si, quelle que soit μ une mesure positive et à support compact dans R^n, $K_\mu\leqq 1$ sur $S_\mu\Rightarrow K_\mu\leqq 1$ dans R^n.

2. On montrera le théorème. Il est facile de voir que la condition est nécessaire. Le principe classique du maximum pour K est un résultat immédiat de notre condition et du principe d'équilibre pour le noyau newtonien r^{2-n}, c'est-à-dire, à un ouvert borné ω de R^n, on peut associer une mesure positive λ portée par $\bar{\omega}$, telle que $U^\lambda(x)\leqq 1$ dans R^n et que $U^\lambda(x)=1$ dans ω. Le potentiel newtonien de λ est désigné par U^λ.

Montrons que la condition est suffisante.

Lemme. *Si $K(\neq 0)$ satisfait au principe classique du maximum, alors, quelles que soient μ, ν de mesures positives à support compact*