192. *Sur les développements orthogonaux dans* $L(p, q)$. I[1]

Par D. Lass FERNANDEZ
Instituto de Matemática, Universidade de Campinas,
Campinas, São Paulo, Brasil

(Comm. by Kinjirô KUNUGI, M. J. A., Dec. 12, 1969)

1. Introduction. Soit $L(p, q)$ un espace de Lorentz, dont les fonctions sont definies sur le segment fini $[a, b]$ et à valeurs complexes.

Etant donné un système orthonormal $\Phi=\{\emptyset_0, \emptyset_1, \cdots, \emptyset_n, \cdots\}$ pour chaque $f \in L(p, q)$, nous poserons $\hat{f}_n=\int_a^b f(t)\overline{\emptyset_n(t)}dt=(f \mid \emptyset_n)$ et $\hat{f}=(f_n)$ la suite des coeficients de Fourier $\hat{f}_n$ de la fonction f.

Le but de cet article est d'indiquer quelques résultats relatifs aux développements orthogonaux dans le cadre des espaces de Lorentz. Le résultat principal est le suivant.

Théorème A. *Pour que l'opérateur* $F(f)=\hat{f}$, *vérifie la condition*

$$F: L(p, q) \rightarrow 1(p', q)$$

il faut et il suffit qu'étant donnée $c \in 1(p, q')$ *il existe une fonction* $f \in L(p', q')$ *telle que* $c=\hat{f}$ *de telle façon que l'opérateur* $F^{\circ}(c)=f$ *vérifie la condition*

$$F^{\circ}: 1(p, q') \rightarrow L(p', q').$$

(*nous utilisons la flèche*$\rightarrow$*pour indiquer la continuité d'une application linéaire d'un espace de Lorentz dans un autre*).

Dans cette note nous suivrons la terminologie et les propriétés des espaces de Lorentz d'après Oklander [5].

2. Series orthogonales dans $L(p, q)$. Considérons la matrice

2.0(1) $$(T)=(a_{ij}) \qquad (i, j=0, 1, \cdots)$$

où les a_{ij} sont des nombres réeles et supposons que

2.0(2)
$$\text{(i)} \quad \lim_{k\to\infty} a_{kn}=0,$$
$$\text{(ii)} \quad \overline{\lim_{k\to\infty}}\,(|a_{k1}|+|a_{k2}|+\cdots+|a_{kn_k}|)=C,$$
$$\text{(iii)} \quad \lim_{k\to\infty}(a_{k1}+a_{k2}+\cdots+a_{kn_k})=1.$$

Soit S l'espace vectoriel des suites $s=(s_n)=(s_0, s_1, \cdots)$.

2.1. Définition. On dit que la transformation linéaire définie sur S par

---

1) Cette recherche fut partialement soustenue par la FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo—Brasil). Elle a été développée pendant le séjour de l'auteur à l'Instituto de Matemática, Universidad Nacional del Sur (Argentina).