84. *Remarque sur la somme d'un noyau de Dirichlet et du noyau newtonien*

Par Masayuki ITO
Institut Mathématique d'Université de Nagoya

(Comm. by Kinjirô KUNUGI, M. J. A., April 13, 1970)

1. Soit R^n l'espace euclidien à n ($\geqq 3$) dimensions. Dans l'article précedent [2], on fournit une condition suffisante pour qu'un noyau de Frostman-Kunugi sur R^n soit un noyau de Dirichlet et une question sur la somme d'un noyau de Dirichlet sur R^n et du noyau newtonien sur R^n.

Dans cette note, on se propose de montrer que si toute la somme positivement linéaire d'un noyau de Dirichlet sur R^n, invariant par rotations, et du noyau newtonien est aussi un noyau de Dirichlet, ce noyau de Dirichlet est un noyau de Frostman-Kunugi.

Rappelons qu'un noyau de Dirichlet κ sur R^n est une mesure de Radon positive sur R^n et dont la transformation de Fourier est de la forme $\hat{\kappa}=1/\lambda$, où λ est une fonction définie-négative sur R^n, à valeurs réelles, telle que $1/\lambda$ soit localement sommable (voir [1]). Une mesure de Radon positive κ sur R^n s'appelle un noyau de Frostman-Kunugi si elle est invariante par rotations, tend vers 0 à l'infini[1] et satisfait à la condition suivante: $\Delta\kappa \geqq 0$ au sens des distributions en dehors de l'origine 0, où Δ est l'opérateur de Laplace (voir [2]).

2. On commencera avec les deux propositions connues.

Proposition 1 (cf. [2]). *A un noyau de Frostman-Kunugi κ_1 ($\neq 0$) sur R^n (resp. à un noyau de Dirichlet κ_1 sur R^n et invariant par rotations), on peut associer un noyau de Dirichlet κ_2 sur R^n, invariant par rotations (resp. un noyau de Frostman-Kunugi κ_2 sur R^n), et un seul tel que l'on ait*

$$\kappa_1 * \kappa_2 = N, \tag{1}$$

où N est le noyau newtonien sur R^n.

Proposition 2 (cf. [1]). *Soit κ ($\neq 0$) une mesure de Radon positive sur R^n symétrique par rapport à l'origine 0. Pour que κ soit un noyau de Dirichlet sur R^n, il faut et il suffit qu'il existe une famille $(\kappa_p)_{p\geqq 0}$ des mesures de Radon positives sur R^n et telle que $\kappa_0=\kappa$ et que, quels que soient $p\geqq 0$, $q>0$,*

$$\kappa_p - \kappa_q = (q-p)\kappa_p * \kappa_q. \tag{2}$$

---

1) Cela signifie que, quelle que soit φ une fonction finie, continue dans R^n, à support compact, $\lim_{x\to\infty} \kappa * \varphi(x)=0$.