120. *Un théorème de l'analyticité des hyperfonctions invariantes par les transformations de Lorentz*

Par Mitsuo MORIMOTO

(Comm. by Kunihiko KODAIRA, M. J. A., June 12, 1971)

Nous présentons dans cette note une version du théorème de Bargmann-Hall-Wightman-Jost ([2], [5]) en cadre des hyperfonctions comme un corollaire direct du théorème fondamental de M. Sato concernant la régularité des solutions hyperfonctions d'une équation linéaire aux dérivées partielles à coefficients réel-analytiques.

Pour énoncer notre théorème, préparons-nous des notations. Soit V une variété réel-analytique orientée. Pour une hyperfonction f sur V, le support singulier S. S. f est, par définition, le support de la section βf du faisceau $\mathcal{C}$ sur S^*V l'espace fibré des sphères cotangentielles sur V. Dans cette note on suppose que la variété V est un ouvert d'un espace euclidien réel E à m dimensions. Alors l'espace fibré S^*V des sphères cotangentielles sur V s'identifie à l'espace produit $V\times S^*$ avec la projection canonique sur V, S^* désignant une sphère, dans l'espace dual E^* de E, de centre l'origine. En associant à chaque sous-ensemble I de S^* le cône $\tilde{I}=\bigcup_{t>0} tI$, on peut identifier le sous-ensemble I de S^* et le cône $\tilde{I}$ de sommet l'origine de E^*. On note $I=\tilde{I}\infty$. Pour un cône Γ dans E de sommet l'origine, Γ^* désigne le cône dual de Γ:

$$\Gamma^*=\{\eta\in E^*,\ \eta(x)\geqq 0 \text{ pour tout } x\in\Gamma\}.$$

Nous définissons pour un quadri-vecteur $x=(x^0,x^1,x^2,x^3)\in \boldsymbol{R}^4$ le produit de Minkowski:

$$(x,x)=(x^0)^2-(x^1)^2-(x^2)^2-(x^3)^2.$$

$\Gamma_+=\{x\in\boldsymbol{R}^4;\ x^0>0,(x,x)>0\}$ désigne le cône de lumière positif. Soit $\boldsymbol{R}^{4n}=\boldsymbol{R}^4\times\boldsymbol{R}^4\times\cdots\times\boldsymbol{R}^4$ l'espace des n-tuples de quadri-vecteurs $X=(x_1,x_2,\cdots,x_n)$. Posons $\Gamma_+^n=\Gamma_+\times\Gamma_+\times\cdots\times\Gamma_+$, qui est un cône ouvert de $\boldsymbol{R}^{4n}$ de sommet l'origine. Un point $X=(x_1,\cdots,x_n)$ est, par définition, *un point de Jost* si et seulement si, pour tout $\lambda_j\geqq 0$ tel que $\sum_{j=1}^n\lambda_j>0$, on a $(\sum_{j=1}^n\lambda_j x_j,\sum_{j=1}^n\lambda_j x_j)<0$, c'est-à-dire, le quadri-vecteur $\sum_{j=1}^n\lambda_j x_j$ est de genre espace. J désigne l'ensemble des points de Jost de $\boldsymbol{R}^{4n}$.

Nous considérons dorénavant des hyperfonctions sur un ouvert V de l'espace $\boldsymbol{R}^{4n}$. Une hyperfonction f sur V est, par définition, *invariante par les transformations infinitésimales de Lorentz* si et seulement si f satisfait aux 6 équations linéaires aux dérivées partielles d'ordre 1:

$$\sum_{j=1}^n\left(x_j^0\frac{\partial}{\partial x_j^k}+x_j^k\frac{\partial}{\partial x_j^0}\right)f(X)=0,\qquad k=1,2,3;$$