25. *Sur la restriction maximale d'un langage*

Par Masami ITO
Université de Kyoto-Sangyo

(Comm. by Kinjirô KUNUGI, M. J. A., Feb. 12, 1972)

Dans ce mémoire, nous définissons la restriction maximale d'un langage associé à l'espace contextuel*) et nous explorons ses structures. Nous appliquons quelques résultats obtenus à un langage d'états finis.

1. Restriction maximale d'un langage. Soit $\mathcal{M}=(B, M)$ une restriction d'un langage $\mathcal{L}=(A, L)$ telle que $d(\mathcal{M})=n$. Nous appelons $\mathcal{M}$ une *restriction maximale* du langage $\mathcal{L}$, lorsque nous avons la condition suivante:

Pour une restriction $\mathcal{N}=(C, N)$ quelconque de $\mathcal{L}$ telle que $d(\mathcal{N})=n$, l'ensemble N ne contient pas strictement l'ensemble M.

2. Existence de la restriction maximale d'un langage. Pour le cas où nous aurions au moins une restriction d'un langage, nous avons le théorème suivant:

Théorème 1. *Soit $\mathcal{M}=(B, M)$ une restriction d'un langage $\mathcal{L}=(A, L)$. Nous avons alors une restriction maximale $\mathcal{N}=(C, N)$ de $\mathcal{L}$ telle que $d(\mathcal{N})=d(\mathcal{M})$ et $M\subseteq N$.*

Démonstration. Considérons la famille $F=\{\mathcal{H}_\lambda=(D_\lambda, H_\lambda)\,;\,\lambda\in\Lambda\}$ de toutes les restrictions de $\mathcal{L}$ telles que $d(\mathcal{H}_\lambda)=d(\mathcal{M}), M\subseteq H_\lambda$ et $B\subseteq D_\lambda \subseteq A$ (où $\lambda\in\Lambda, \Lambda$ est un ensemble certain). Pour cette famille, nous introduisons une relation d'ordre $\leqq$ comme il suit:

(1) $\mathcal{H}_\lambda\leqq\mathcal{H}_\mu$, si $H_\lambda\subset H_\mu$.

(2) $\mathcal{H}_\lambda\leqq\mathcal{H}_\mu$, si $H_\lambda=H_\mu$ et que $D_\lambda\subseteq D_\mu$.

Soit $T=\{\mathcal{H}_\mu\,;\,\mu\in\Sigma, \Sigma\subseteq\Lambda\}$ une sous-famille de F étant totalement ordonnée par la relation $\leqq$. Si nous pouvons démontrer que cette sous-famille possède au moins un majorant dans la famille F, nous avons un élément maximal dans la famille F à l'aide de théorème de Zorn et nous pouvons considérer cet élément comme un langage satisfaisant à la conclusion du théorème 1.

Posons $D=\bigcup_{\mu\in\Sigma} D_\mu$ et $H=\bigcup_{\mu\in\Sigma} H_\mu$. Considérons un langage $\mathcal{H}=(D, H)$. Il est aisé de voir que ce langage est une restriction de $\mathcal{L}$ ayant le diamètre $d(\mathcal{M})$ et qu'il est un majorant de la sous-famille T dans la famille F vu la manière de construire ce langage.

3. E-équivalence.**) Pour une préparation d'explorer une

*) Quant aux notions et aux symboles que nous employons dans ce mémoire, voir M. Ito (1).

**) Concernant un déroulement de cette notion, voir S. Marcus (2).