38. *Une remarque sur la perturbation d'opérateurs m-accrétifs dans un espace de Banach*

Par Yoshio KONISHI
Département de Mathématiques, Université de Tokyo

(Comm. by Kunihiko KODAIRA, M. J. A., March 13, 1972)

1. Soit X un espace de Banach sur $\boldsymbol{R}$ et soit A un opérateur (univoque) de $D(A) \subset X$ dans X. On dit que A est *accrétif* si

$$\|(x_1+\lambda A x_1)-(x_2+\lambda A x_2)\| \geq \|x_1-x_2\|$$

pour $\lambda>0$ et $x_1, x_2 \in D(A)$.

Tout opérateur A accrétif dans X ayant la propriété $R(I+A)=X$ est dit *m-accrétif*. Récemment Webb, dans [8], a obtenu le résultat suivant:

Proposition. *Soit $\mathcal{G}$ le générateur infinitésimal d'un semi-groupe continu de contractions linéaires dans X*[1] *et soit $B: X \to X$ un opérateur continu, partout défini et accrétif. Alors $-\mathcal{G}+B$ est m-accrétif.*

Le but de cette note est d'indiquer une application de cette proposition.

2. Rappelons-nous qu'un opérateur A dans X est accrétif si et seulement si

$$\tau(x_1-x_2, Ax_1-Ax_2) \geq 0 \qquad \text{pour } x_1, x_2 \in D(A),$$

où $\tau(x, y)=\lim_{\varepsilon \downarrow 0}(\|x+\varepsilon y\|-\|x\|)/\varepsilon$.

Soient S un espace localement compact et μ une mesure positive sur S telle que

$$\mu(S)<\infty. \tag{2.1}$$

Dans le cas où $X=L^1(S)$, on a

$$\tau(f, g)=\int_{\{s \in S;\, f(s) \neq 0\}} (\operatorname{sgn} f(s)) g(s) \mu(ds)+\int_{\{s \in S;\, f(s)=0\}} |g(s)| \mu(ds) \tag{2.2}$$

(voir Sato [7]). D'autre part, soit $\beta: D(\beta) \subset \boldsymbol{R} \to \boldsymbol{R}$ une fonction m-accrétive non nécessairement partout définie. On fait correspondre à β un prolongement canonique β_1 dans $L^1(S)$ en posant:

$$\begin{aligned} &D(\beta_1)=\{u \in L^1(S)\,;\, u(s) \in D(\beta) \text{ p.p. sur } S \text{ et } \beta(u(\cdot)) \in L^1(S)\}, \\ &(\beta_1 u)(s)=\beta(u(s)),\ s \in S,\ \text{si } u \in D(\beta_1). \end{aligned} \tag{2.3}$$

On vérifie aisément que β_1 est m-accrétif.

On obtient le

Théorème. *Soit $\mathcal{G}$ le générateur infinitésimal d'un semi-groupe $\{\exp(t\mathcal{G})\}_{t \geq 0}$ continu de contractions linéaires dans $L^1(S)$.*[1] *Supposons que ce semi-groupe soit «sous-Markov» au sens de Kunita* [6]*: si $f \in L^1(S)$ et $0 \leq f \leq 1$, on a $0 \leq \exp(t\mathcal{G}) f \leq 1$ pour tout $t \geq 0$. Alors $-\mathcal{G}+\beta_1$ est m-*

1) Par conséquent $-\mathcal{G}$ est m-accrétif.