16. Über die Maximalordnung einiger Funktionen in der Idealtheorie.

Von Zyoiti SUETUNA.

Mathematisches Institut, Kaiserliche Universität, Tokyo.

(Eing. Dez. 22, 1925. Vorgel. von Teiji TAKAGI, M.I.A., Jan. 12, 1926)

In seiner Abhandlung, „Highly Composite Numbers" hat S. RAMANUJAN die Zerlegung der ganzen Zahlen in zwei Faktoren sehr eingehend untersucht.[1] Nach der analogen Methode habe ich die Maximalordnung einiger idealtheoretischer Funktionen bestimmt.[2]

Es sei $\mathfrak{K}$ ein algebraischer Körper k-ten Grades. $T_\kappa(\mathfrak{a})$ bezeichne die Anzahl der Darstellungen des Ideals $\mathfrak{a}$ in $\mathfrak{K}$ als Produkt von κ Idealfaktoren ($\kappa \geqq 2$) und $F(n)$ die Anzahl der Ideale in $\mathfrak{K}$ mit Norm n. Man setze

$$\varphi(x) = \begin{cases} c_1\sqrt{\log x}, & \text{im allgemeinen,} \\ c_2\sqrt{\log x \operatorname{loglog} x} & \text{falls } \mathfrak{K} \text{ speziell ein ABELscher Körper ist.}^{3)} \end{cases}$$

Dann gelten die folgenden Sätze :

Satz I ($k \geqq 1$, $\kappa \geqq 2$). 1) *Die Maximalordnung von* $T_\kappa(\mathfrak{a})$ *ist*

$$=_\kappa Li(\log N(\mathfrak{a})) + O\left(\log N(\mathfrak{a}) e^{-\varphi(\log N(\mathfrak{a}))}\right). \tag{1}$$

2) *Es ist möglich, unendlich viele Ideale in* $\mathfrak{K}$: $\mathfrak{a}_1, \mathfrak{a}_2, \cdots\cdots$, $(1 < N(\mathfrak{a}_1) \leqq N(\mathfrak{a}_2) \leqq \cdots\cdots)$, *so auszuwählen, dass* 1. $N(\mathfrak{a}_n) \sim N(\mathfrak{a}_{n+1})$ *für* $n \to \infty$, *und* 2. $T_\kappa(\mathfrak{a}_n)$ *wirklich die Grössenordnung* (1) *erreicht.*

Satz II ($k \geqq 2$). 1) *Wenn* k^* *die Ordnung der GALOISschen Gruppe von* $\mathfrak{K}$ *bedeutet, so ist die Maximalordnung von* $F(n)$

---

1) Proc. London Math. Soc. Ser. 2, Vol. 14 (1915), 347—409.

2) Näheres in Journ. Fac. Sci. Tokyo, Section I, 1 Part 3 (1925), 105—153.

3) Ich bezeichne mit $c_1, c_2, \ldots\ldots$ nur von k abhängige positive Konstanten und mit $b_1, b_2, \ldots\ldots$ von $\mathfrak{K}$ abhängige positive Konstanten.