12. *Sur les Zéros des Sommes Partielles d'une Série Entière.*

Par Yôiti YOSIDA.
Daiiti Kôtô Gakkô, Tokyo.

(Reç. Jan. 17, 1927. Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., Feb. 12, 1927.)

1. Le théorème suivant est dû à M. Tsuji.[1]
Soit ρ_n le module maximum des zéros du polynôme

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots\cdots + a_1 x + a_0 \qquad (a_0 \neq 0),$$

somme partielle, c'est-à-dire la somme des n premiers termes, de la série entière $f(x) = a_0 + a_1 x + \cdots\cdots + a_n x^n + \cdots\cdots$. Pour que $f(x)$ soit une fonction entière d'ordre ρ, il faut et il suffit que

$$(1) \qquad \overline{\lim_{n\to\infty}} \frac{\log n}{\log \rho_n} = \rho.$$

Nous allons préciser ce théorème en tenant compte de la classification de M. Lindelöf,[2] suivant laquelle une fonction entière d'order ρ, $f(x)$, est dite

i) du type minimum, si $\displaystyle \lim_{r\to\infty} \frac{\log M(r)}{r^\rho} = 0$; et

ii) du type moyen, si $\displaystyle 0 < \overline{\lim_{r\to\infty}} \frac{\log M(r)}{r^\rho} < \infty$; et

iii) du type maximum, si $\displaystyle \overline{\lim_{r\to\infty}} \frac{\log M(r)}{r^\rho} = \infty$,

$M(r)$ étant le module maximum de $f(x)$ pour $|x| = r$.

2. Montrons, au préalable, que *si*

$$\overline{\lim_{n\to\infty}} \frac{n}{\rho_n{}^\rho} = C,$$

on a

$$(2) \qquad \overline{\lim_{n\to\infty}} n |a_n|^{\frac{\rho}{n}} \leqq C e^{\rho+1}.$$

---

1) Japanese Journal of Mathematics, 3 (1926), 49.

2) *cf.* Valiron, Fonctions entières et fonctions méromorphes d'une variable, 7.