176. *Zur Geometrie der Krümmungskugel-kongruenzen.*

Von Tadahiko KUBOTA.
Mathematical Institute, Tohoku Imperial University, Sendai.
(Rec. Nov. 17, 1928. Comm. by M. FUJIWARA, M.I.A., Dec. 2, 1928.)

Neuerdings hat Herr T. Takasu[1] einen grundlegenden Satz über die Überführbarkeit der beiden Krümmungskugelkongruenzen durch konforme Transformation bewiesen. Hier möchte ich dazu eine Bemerkung geben, *dass die Takasusche Bedingung wesentlich mit der Thomsenschen vollkommen übereinstimmt.* Bequemlichkeitshalber betrachten wir Laguerre-Geometrie im euklidischen Raume.

Wenn man diese Betrachtung auf den nicht-euklidischen Raum überträgt, so ist das entsprechende Problem für konforme Geometrie durch das Dualitätsprinzip zugleich gelöst. *Die beiden Takasuschen Grundformen* $\mathfrak{g}_{hk}du^h du^k$ *und* $\check{D}_{hk}du^h du^k$ *sind bis auf den Faktor* -2 *identisch, was Herrn Takasu entgangen zu sein scheint.*

Nach Blaschke ist

$$(r_1-r_2)^2(edu^2+2fdudv+gdv^2)=(r_1-r_2)^2\,\mathrm{III}$$

Laguerre-kovariant, wobei r_1, r_2 Hauptkrümmungsradien bedeuten.

Nun betrachten wir eine Schar von Krümmungskugeln der Fläche:

$$\xi=x+Xr_1, \qquad \eta=y+Yr_1, \qquad \zeta=z+Zr_1,$$

dann erhalten wir durch die Liesche Methode der isotropen Projektion die F_2

$$\xi=x+Xr_1, \qquad \eta=y+Yr_1, \qquad \zeta=z+Zr_1, \qquad \sigma=ir_1,$$

im R_4. Daraus erhält man eine Laguerre kovariante Form als Quadrat des Linienelements

$$\sum d[x+Xr_1]^2-dr_1^2=\mathrm{I}-2r_1\,\mathrm{II}+r_1^2\,\mathrm{III}, \tag{1}$$

wobei I, II, III bzw. die erste, zweite und dritte Form der Flächentheorie bedeutet. Diese Differentialform entspricht der Takasuschen $\mathfrak{g}_{hk}du^h du^k (\equiv -2\check{D}_{hk}du^h du^k)$.

---

1) T. Takasu, Zur konformen Flächentheorie mit Krümmungskugeln als Elementen I, II, Proc. **4** (1928).

2) G. Thomsen, Ueber konforme Geometrie I, Abhandl. aus dem Math. Sem. Hamburg. Univ. **3** (1924).

3) W. Blaschke, Ueber die Geometrie von Laguerre I, Abhandl. aus dem Math. Sem. Hamburg. Univ. **3** (1924).