# PAPERS COMMUNICATED

## 34. *Über die zugehörige Gruppe eines endlichen Ringes.*[1]

Von Kenjiro SHODA.

(Rec. March 1, 1929. Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., March 12, 1929.)

Wenn man einen Ring $\mathfrak{o}$ betrachtet, der den *Doppelkettensatz für Rechtsideale* erfüllt, so wird nach Herrn E. Artin (Zur Theorie der hyperkomplexen Zahlen, Abhandlungen aus dem Math. Seminar zu Hamburg, Bd. 5) die Existenz des maximalen nilpotenten Ideals $\mathfrak{n}$ bewiesen, dessen Restklassenring $\mathfrak{o}/\mathfrak{n}$ halbeinfach, also die direkte Summe von einfachen Ringen $\mathfrak{o}$ ist. Einen maximalen nilpotenten Unterring $\mathfrak{m}$, $\mathfrak{m}^{\alpha}=0$, von $\mathfrak{o}$ kann man daher durch die folgenden drei Sätze konstruieren. 1) Ist $\mathfrak{m}'$ ein maximaler nilpotenter Unterring eines Restklassenringes $\mathfrak{o}/\mathfrak{n}$ nach einem nilpotenten Ideal $\mathfrak{n}$, so bildet die Gesamtheit der Elemente aus $\mathfrak{o}$, die in den Restklassen aus $\mathfrak{m}'$ enthalten sind, einen maximalen nilpotenten Unterring von $\mathfrak{o}$, und jeder maximale nilpotente Unterring entsteht so. 2) Ist $\mathfrak{o}$ die direkte Summe von Idealen $\mathfrak{o}_i$ und $\mathfrak{m}_i$ ein maximaler nilpotenter Unterring von $\mathfrak{o}_i$, so ist die direkte Summe von $\mathfrak{m}_i$ ein maximaler nilpotenter Unterring von $\mathfrak{o}$, und jeder maximale nilpotente Unterring von $\mathfrak{o}$ entsthet so. 3) Ist $\mathfrak{o}$ einfach, so ist $\mathfrak{o}$ nach einem Wedderburnschen Satz mit einem Matrizenring $\sum KE_{ij}$ isomorph, wo $K$ einen im allgemeinen nichtkommutativen Körper bedeutet. $\sum\limits_{i<j} KE_{ij}$ bzw. $\sum\limits_{i>j} KE_{ij}$ bildet einen maximalen nilpotenten Unterring von $\mathfrak{o}$.

Aus dieser Konstruktion folgt—wie man in 3) sieht—: Das maximale nilpotente Ideal in $\mathfrak{o}$ ist der Durchschnitt aller maximalen nilpotenten Unterringe von $\mathfrak{o}$.

Die Gesamtheit der Elemente $P$, die den Bedingungen $P\mathfrak{m}<\mathfrak{m}$, $\mathfrak{m}P<\mathfrak{m}$ für einen maximalen nilpotenten Unterring $\mathfrak{m}$ in $\mathfrak{o}$ genügen, bildet einen Unterring $\mathfrak{p}$ (Normalisator von $\mathfrak{m}$). Dann besteht $\mathfrak{m}$ aus den sämtlichen nilpotenten Elementen aus $\mathfrak{p}$. Daher ist $\mathfrak{p}/\mathfrak{m}$ die direkte Summe von Körpern. Den Normalisator des oben konstruierten maximalen nilpotenten Unterring kann man auch wie oben konstruieren, da die 1) und 2) entsprechenden Sätze für Normalisatoren gelten und der Normalisator von $\sum\limits_{i<j} KE_{ij}$ (Vgl. 3) gleich $\sum\limits_{i\leqq j} KE_{ij}$ ist. Wenn man ferner das Bestehen des *Vielfachenkettensatz* für Rechtsideale in einem maximalen nilpotenten Unterringe $\mathfrak{m}$ voraussetzt, so kann man beweis-

1) Die ausführiche Darstellung dieser Arbeit wird in Math. Ann. erscheinen.