PAPERS COMMUNICATED

62. Über die Fermatsche Vermutung, II.

By Taro MORISHIMA.
Shizuoka Kotogakko.

(Rec. April 15, 1929. Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., May 12, 1929.)

Satz: Es sei

$$x^p+y^p+z^p=0, \qquad (x, y, z)=1, \qquad p \nmid xyz.$$

Dann ist

$$\sum_{h=1}^{p-1} h^{p-1}t^h \equiv 0 \pmod{p^2},$$

wo $t\equiv -\frac{y}{z},\ -\frac{z}{y},\ -\frac{z}{x},\ -\frac{x}{z},\ -\frac{x}{y},\ -\frac{y}{x} \pmod{p^2}$.

Beweis: Es ist

$$f(\rho)=\rho^y x+\rho^{-x}y\equiv x+y \pmod{\lambda^2}, \quad (1)$$

$$Nf(\rho)=b^p=\left(q_1^{a_1}q_2^{a_2}\dots q_e^{a_e}\right)^p,$$

wo $\rho=e^{\frac{2\pi i}{p}}$, $\lambda=1-\rho$, $q_h\equiv 1 \pmod p$ für $h=1, 2,\dots e$,

also
$$[f(\rho)]^{\sum_{h=0}^{p-2} r_{-h}S^h}=\pm\left[\prod_{h=1}^{e}\left((\rho,\ \eta_h)^p\right)^{a_h}\right]^p\equiv\pm 1 \pmod{\lambda^{p+1}},[1] \quad (2)$$

wo r eine primitive Wurzel mod p ist, $r_{-h}\equiv -r^{-h} \pmod p$,

$$1\leqq r_{-h}\leqq p-1, \quad S=(\rho:\rho^r), \quad \eta_h=e^{\frac{2\pi i}{q_h}}, \quad (\rho,\ \eta_h)=\sum_{t=1}^{q_h-1}\rho^{\mathrm{Ind}t}\eta_h{}^t.$$

Aus (1) folgt

$$[f(\rho)]^{k_h S^h}\equiv(x+y)^{k_h} \pmod{\lambda^2},$$

wo $r_{-h}=-r^{-hp^n}+pk_h$, $n\geqq 1$ also

$$[f(\rho)]^{pk_h S^h}\equiv(x+y)^{k_h p} \pmod{\lambda^{p+1}},$$

$$[f(\rho)]^{\sum_{h=0}^{p-2} pk_h S^h}\equiv(x+y)^{\sum_{h=0}^{p-2} k_h p}\equiv(x+y)^{\sum_{h=0}^{p-2} r_{-h}+\sum_{h=0}^{p-2} r^{-hp^n}} \pmod{\lambda^{p+1}},$$

1) E. Landau, Vorlesungen über Zahlentheorie, **3** (1927), 281, 299.