102. *Zur konformen Flächentheorie mit Krümmungskugeln als Elementen, III.*[1]

Von Tsurusaburo TAKASU.

(Rec. Sept. 9, 1929. Comm. by M. FUJIWARA, M.I.A., Oct. 12, 1929.)

8. Vorteile des letzten Fundamentalsatzes.

Wir wollen nun die folgenden Bezeichnungen einführen:

$$(59)\qquad (\varkappa_h \varkappa_k) = \check{\mathfrak{g}}_{hk}, \quad (\varkappa'_h \varkappa'_k) = \check{\mathfrak{g}}'_{hk}, \quad -(\varkappa_h \hat{\mathfrak{x}}_k) = \check{D}_{hk}, \quad -(\varkappa'_h \hat{\mathfrak{x}}_k) = \check{D}'_{hk},$$

$$(60)\qquad (\eta_h \hat{\mathfrak{x}}_k) = \hat{D}_{hk}, \quad (\hat{\mathfrak{x}}_h \hat{\mathfrak{x}}_k) = \hat{G}_{hk},$$

wobei $\varkappa$, $\varkappa'$: die beiden Krümmungskugeln,

$\eta = \varkappa + \varkappa'$: die Zentralkugel,

$\hat{\mathfrak{x}} = \varkappa - \varkappa'$: der Flächenpunkt

sind. Dann, da

$$\varkappa = \eta + \hat{\mathfrak{x}}, \quad \varkappa' = \eta - \hat{\mathfrak{x}}$$

ist, gelten[2]:

$$(61)\qquad \boxed{\check{D}_{hk} = \hat{D}_{hk} - \hat{G}_{hk}, \quad \check{D}'_{hk} = \hat{D}_{hk} + \hat{G}_{hk}.}$$

Nun habe ich bewiesen[3]:

$$(62)\qquad \boxed{\hat{D}_{hk} = \frac{1}{4}\{\check{\mathfrak{g}}'_{hk} - \check{\mathfrak{g}}_{hk}\}, \quad \hat{G}_{hk} = \frac{1}{4}\{\check{\mathfrak{g}}'_{hk} + \check{\mathfrak{g}}_{hk}\} = (\eta_h \eta_k).}$$

---

1) Betreffs der Teile I, II, siehe diese Proc., **4** (1928).

2) Die Formel $\check{D}_{hk} = \hat{D}'_{hk} - \hat{G}_{hk}$ ergibt einen Beweis für die durch Herrn Prof. Kubota gemachten Bemerkung über die Äquivalenz der beiden Angaben:

$$\hat{G}_{hk} du^h du^k, \quad \hat{D}_{hk} du^h du^k \quad \text{(G. Thomsen)}$$
$$\hat{G}_{hk} du^h du^k, \quad \check{D}_{hk} du^h du^k \quad \text{(T. Takasu)}$$

ohne weiteres. Siehe T. Kubota, Zur Geometrie der Krümmungskugelkongruenzen, Proc., **4** (1928), S. 584.

3) T. Takasu, Differentialkugelgeometrie, II. Tohoku Sc. Rep., **17** (1928), S. 541. Die Formeln (62) (Takasu, 1925) stammen bis auf die Ausdrücke in pentasphärischen Koordinaten aus Herrn K. Ogura. (Siehe die dortige Fussnote.)