# 91. *Zur Algebra der Logik, II.*[1]

By Sigekatu KURODA.

Mathematical Institute, Tokyo Imperial University.

(Rec. and Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., Oct. 13, 1930.)

Nachdem gezeigt ist, dass alle Systeme von derselben endlichen Ordnung holoedrisch isomorph sind (I., 13), wollen wir uns nun mit dem näheren Bau des endlichen Systems beschäftigen.

*Satz 1:* $s_a \cdot s_{a^{-1}} = 2^n$, wo $s_a$ den Additionsgrad von $A$, $s_{a^{-1}}$ den von $A^{-1}$ und $2^n$ die Ordnung des Systems bezeichnet.

*Beweis:* Aus $A\mathfrak{K}=B$, wo $\mathfrak{K}$ eine Klasse von konjugierten Faktoren (I., S. 221) in bezug auf $A$ bezeichnet, folgt $A^{-1}+\mathfrak{K}^{-1}=B^{-1}$ und umgekehrt; was besagt, dass die konjugierte Faktorenklasse in bezug auf $A$ die konjugierte Summandenklasse in bezug auf $A^{-1}$ ist. Also wegen I., 10 folgt der Satz unmittelbar.

*Satz 2:* Aus zwei beliebigen von den drei folgenden Behauptungen folgt die dritte:

i) Der Additionsgrad von $A$ in bezug auf $\mathfrak{S}$ ist $2^r$.

ii) Der Additionsgrad von einem in $\mathfrak{S}_{p(A)}$ enthaltenen Elemente $B$ in bezug auf $\mathfrak{S}_{p(A)}$ ist $2^s$.

iii) Der Additionsgrad von $B$ in bezug auf $\mathfrak{S}$ ist $2^{r+s}$.

*Beweis:* Zunächst wird die letzte Behauptung aus den beiden ersten abgeleitet. Sei nämlich $2^n$ die Ordnung von $\mathfrak{S}$, so ist nach I., 10 $2^{n-r}$ die von $\mathfrak{S}_{p(A)}$, und also $2^{n-r-s}$ die von $\{\mathfrak{S}_{p(A)}\}_{p(B)}=\mathfrak{S}_{p(AB)}$. Da andererseits $AE_1$ die Multiplikationseinheit von $\mathfrak{S}_{p(A)}$ und $B$ in $\mathfrak{S}_{p(A)}$ enthalten, so ist $AB=(AE_1)B=B$. Daher ist $\mathfrak{S}_{p(AB)}=\mathfrak{S}_{p(B)}$ und iii) bewiesen. Dann umgekehrt folgt i) aus ii) und iii); denn sonst wäre $2^{r+s'}$ der Additiongrad von $B$ in bezug auf $\mathfrak{S}$, wo $s \neq s'$ sein würde, gegen die Annahme. Ebenso folgt ii) aus i) und iii).

*Satz 3:* $A+AX=A$, $A(A+X)=A$.

*Beweis:* $AX$ ist ein Element, $A$ die Additionseinheit, von $\mathfrak{S}_{p(A)}$. Daher gilt: $A+AX=A$.

*Bezeichnung:* Die durch $\left\{\begin{matrix}\text{Addition}\\ \text{Multiplikation}\end{matrix}\right\}$ von einem Elemente $A$ einunddasselbe Element $B$ ergebende konjugierte $\left\{\begin{matrix}\text{Summanden-}\\ \text{Faktoren-}\end{matrix}\right\}$ klasse

---

[1] Fortsetzung der Note unter demselben Titel (Art. 67, S. 220), im folgenden mit I. zitiert.