108. *Sur l'ensemble des courbes intégrales d'un système d'équations différentielles ordinaires.*

Par Masuo FUKUHARA.
Mathematical Institute, Tokyo Imperial University.

(Rec. Oct. 27, 1930. Comm. by T. YOSIE, M.I.A., Nov. 12, 1930.)

Soit donné un système d'équations différentielles ordinaires

$$\text{(A)} \qquad \frac{dy_i}{dx}=f_i(x, y_1, y_2, \dots\dots, y_n) \qquad (i=1, 2, \dots\dots, n).$$

Nous supposerons pour la simplicité de l'énoncé que les f_i sont des fonctions continues dans le domaine D:

$$0 \leqq x \leqq a, \qquad |y_i| < \infty$$

et restent dans D plus petits en module qu'un nombre positif fini M. Soit E un ensemble de points quelconque situé dans D. Nous désignerons par $R(E)$ la région remplie par les courbes intégrales de (A) passant par un au moins des points de E. Nous avons

Théorème 1.[1] *Si P est un point de l'hyperplan $x=0$ et si Q est un point frontière de $R(P)$ situé sur l'hyperplan $x=\xi(0<\xi\leqq a)$, il existe au moins une courbe intégrale partant de P, parcourant la frontière de $R(P)$ et aboutissant à Q.*

La démonstration de ce théorème que j'ai donnée autrefois a été simplifiée par M. Nagumo. Sa méthode ainsi que la mienne s'appuient sur le même principe, approximations par polygones. Nous donnerons dans la suite une autre mode de démonstration.

Théorème 2. Si E est un ensemble continu (i.e. un ensemble fermé et bien enchaîné) situé dans D, la section de $R(E)$ par l'hyperplan $x=\xi$ est aussi un ensemble continu.

La chose est évidente si l'on est familier avec le théorème de M. Kneser.[2] Je laisserai donc au côté la démonstration. Du théorème 2 découle immédiatement

Théorème 3. Supposons l'ensemble E situé sur l'hyperplan $x=\xi$. S'il existe deux points P_1, P_2 de l'hyperplan $x=\xi$ tels que tout ensemble

---

1) M. Fukuhara: Proc. **4** (1928), 448; Jap. Jour. Math., **6** (1930), 269; M. Nagumo et M. Fukuhara: Proc. Phys.-Math. Soc. Japan, Ser. III, **12**.

2) H. Kneser: Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften, Phys.-Math. Kl. 1923; Max Müller: Math. Zeits. **28**; M. Nagumo: Jap. Jour. Math., **4** (1927), 215; M. Fukuhara: Jap. Jour. Math., **5** (1929), 345.