11. *Zur Algebra der Logik, III.*

By Sigekatu KURODA.
Mathematical Institute, Tokyo Imperial University.
(Rec. and Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., Feb. 12, 1931.)

In Fortsetzung der früheren Note[1] wollen wir hier einen anderen Beweis des Satzes II., 9 mitteilen.

Definition: Ein System von k Elementen $A_1, A_2, \cdots\cdots, A_k$ heisse *disjunktiv*, wenn

$$A_iA_j=E_0\,,\qquad i\neq j\,,\quad 1\leq i\,,\quad j\leq k$$

sind; *vollständig disjunktiv*, falls überdies auch

$$\sum_{i=1}^{k} A_i=E_1$$

ist.

Dann ist offenbar ein beliebiges System von disjunktiven Elementen $A_1, A_2, \cdots\cdots, A_k$ relatif zu $\mathfrak{G}_{p(A)}$ vollständig disjunktiv, wobei $A=\sum_{i=1}^{k}A_i$ ist. Ganz dual kann sich das System von *konjunktiven* bzw. 《*vollständig konjunktiven*》 (*direkt konjunktiven*) Elementen erklären lassen. Z.B. bildet jedes Element A mit dessen inversen A^{-1} ein vollständig disjunktives und zugleich konjunktives System; insbesondere bildet E_1 mit E_0 und zwar nur mit E_0 ein vollständig disjunktives System. Mit $A_1, A_2, \cdots\cdots, A_k$, falls unter denen E_0 nicht vorkommt, sind auch stets die $k+1$ Elemente $A_1, A_2, \cdots\cdots A_k, E_0$ vollständig disjunktiv und umgekehrt.

Fortan sollen $A_1, A_2, \cdots\cdots, A_k$ resp. vom Multiplikationsgrade 2^{α_1}, $2^{\alpha_2}, \cdots\cdots, 2^{\alpha_k}$ vollständig disjunktive Elemente von $\mathfrak{G}$ mit der Ordnung 2^n bedeuten.

Hilfssatz 1: $\sum_{i=1}^{k}\alpha_i=n$.

Beweis: Ist $k=2$, so folgt $A_2=A_1^{-1}$ aus $A_1+A_2=E_1$, $A_1A_2=E_0$, also gilt:

$$\alpha_1+\alpha_2=\alpha_1+(n-\alpha_1)=n\,.$$

Bis $k-1$ sei dies schon bewiesen; dann folgt, da nach Satz II., 5

$$\mathfrak{G}_{p(A_k^{-1})}=[A_k]_{e_0}$$

1) Proc. **6** (1930), 301.