

PAPERS COMMUNICATED

39. Über die monomiale Darstellung einer auflösbaren Gruppe.

Von Kiyosi TAKETA.

Mathematical Institute, Tokyo Imperial University.

(Rec. and Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., April 13, 1931.)

1. In einer früheren Note haben wir bewiesen, daß jede Gruppe, deren Darstellungen sich sämtlich als monomiale schreiben lassen, stets auflösbar ist.¹⁾ Nun wollen wir beweisen den

Satz 1: *Ist \mathfrak{G} eine auflösbare Gruppe, die keinen Abelschen Normalteiler außer dem Zentrum \mathfrak{Z} hat, \mathfrak{N} der minimale unter den Normalteilern von \mathfrak{G} , die \mathfrak{Z} enthalten, ferner N die entsprechende Darstellung von \mathfrak{N} bei einer irreduziblen isomorphen Darstellung Γ von \mathfrak{G} , dann läßt sich Γ nie auf monomiale Gestalt transformieren, falls N auch irreduzibel ist.*

Mit Hilfe dieses Satzes bestimmen wir die notwendige und hinreichende Bedingung dafür, daß jede Darstellung einer auflösbaren Gruppe sich auf monomiale Gestalt transformieren läßt, falls die Länge²⁾ der Hauptreihe der Gruppe gleich 4 ist.

Beweis des Satzes 1: Wäre Γ monomial, so kann sie kein Element, das Diagonalform hat, außer \mathfrak{Z} haben, denn sonst bilden solche Elemente einen Abelschen Normalteiler, und dieser enthält \mathfrak{Z} in sich, gegen die Voraussetzung.

Da jede Primfaktorgruppe der Hauptreihe einer auflösbaren Gruppe vom Typus (p, p, \dots, p) , p eine Primzahl, ist, so können wir \mathfrak{N} durch die Elemente P_1, P_2, \dots, P_t und \mathfrak{Z} erzeugen. Keines von diesen Elementen P kann eine Variable in sich überführen, denn sonst müßte dieses P , sagen wir P_1 Diagonalform haben, weil alle Elemente von $\{P_1, \mathfrak{Z}\}$, der ein Normalteiler von einer irreduziblen also transitiven Gruppe \mathfrak{N} ist, dieselbe Variable stets ungeändert bleiben lassen. Daher muß der Grad von Γ gleich der Ordnung der Faktorgruppe $\mathfrak{N}/\mathfrak{Z}$ d.h. p^t sein. Da $\{P_1, \mathfrak{Z}\}$ aber Abelsch ist, so müssen die irreduziblen Darstellungen von \mathfrak{N} , die alle von den durch $\{P_1, \mathfrak{Z}\}$ erzeugten impri-

1) Über die Gruppen, deren Darstellungen sich sämtlich auf monomiale Gestalt transformieren lassen, Proc. 6 (1930), 31–33.

2) Die Gruppe selbst und die Einheitsgruppe mitgerechnet.