# PAPERS COMMUNICATED

## 54. Über die auflösbaren linearen Substitutionsgruppen.

Von Kiyosi TAKETA.
Mathematical Institute, Tokyo Imperial University.
(Rec. and Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., May 12, 1931.)

Wir beweisen zuerst den

Satz 1: *$\mathfrak{N}_i$ und $\mathfrak{N}_{i+1}$ seien aufeinander folgende Normalteiler in der Hauptreihe einer auflösbaren Gruppe. Wenn bei der imprimitiven Darstellung $N_i^*$ von $\mathfrak{N}_i$ erzeugt durch eine irreduzible Darstellung $\varDelta$ von $\mathfrak{N}_{i+1}$ die entsprechende Darstellung $N_{i+1}$ von $\mathfrak{N}_{i+1}$ lauter gleiche irreduzible Bestandteile hat, so enthält $N_i^*$ mindestens zwei von einander verschiedene irreduzible Bestandteile.*

Beweis: Seien $\chi$, $\chi'$ der Grad von $N_i^*$ bez. $\varDelta$, und $q^l$ der Index $N_i : N_{i+1}$, dann ist

$$\chi = q^l \chi' , \tag{1}$$

denn kein Element von $N_i^*$ außer $N_{i+1}$ führt ein System der Imprimitivität in sich selbst über. $N_i^*$ muß reduzibel sein, denn da $\mathfrak{N}_i/\mathfrak{N}_{i+1}$ vom Typus $(q, q, \ldots\ldots, q)$ ist, hat $N_{i+1}$ einen Normalteiler $\{Q, \mathfrak{N}_{i+1}\}$, $Q^q < \mathfrak{N}_{i+1}$, und $\mathfrak{N}_i^*$ kann als die imprimitive Gruppe erzeugt durch die Darstellung $M$ von $\{Q, \mathfrak{N}_{i+1}\}$ betrachtet werden. $M$ wird wieder imprimitive Gruppe erzeugt durch $\varDelta$, und $\mathfrak{N}_{i+1}$ hat also bei $M$ $q$ gleiche irreduzible Bestandteile $\varDelta$, weil $N_{i+1}$ nach der Voraussetzung von der Gestalt $(\varDelta, \varDelta, \ldots\ldots \varDelta)$ ist. Aber solche Darstellung wie $M$ ist stets reduzibel.[1]

Nun seien die Grade der irreduziblen Bestandteile von $M$ $k_1\chi', k_2\chi', \ldots\ldots, k_n\chi'$, dann können diese Koeffizienten $k$ nicht alle gleich werden, sofern sie nicht alle gleich 1 sind, denn sonst müßte

$$q \equiv 0 \pmod{k}, \qquad q > k > 1.$$

Also muß es in $M$ wenigstens zwei Darstellungen $M_1$, $M_2$ bez. vom Grade $k_1\chi'$ und $k_2\chi'$, $k_1 \neq k_2$, geben. Die zwei imprimitiven Darstellungen $N_i'$, $N_i''$ von $\mathfrak{N}_i$, die durch $M_1$ bez. $M_2$ erzeugt werden, müssen in $N_i^*$ enthalten sein. Diese $N_i'$, $N_i''$ haben voneinander verschiedene irreduzible Bestandteile, denn jeder irreduzible Bestandteil

1) Über die monomiale Darstellung einer auflösbaren Gruppe, Proc. **7** (1931), 129-132.