19. Über die Fermatsche Vermutung, VIII.

Von Taro MORISHIMA.
Furitsu Kotogakko, Tokyo.
(Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., March 12, 1932.)

Hat die Gleichung

$$x^l+y^l+z^l=0 \tag{1}$$

eine Auflösung in ganzen, durch l nicht teilbaren, relativ primen Zahlen x, y, z, so müssen die sechs Verhältnisse

$$-t=\frac{x}{y},\ \frac{y}{x},\ \frac{z}{x},\ \frac{x}{z},\ \frac{y}{z},\ \frac{z}{y} \tag{2}$$

den Kongruenzen

$$b_i\cdot f_{l-i}(t)\equiv 0 \qquad (i=1, 2, \ldots\ldots, l-2) \qquad (\mathrm{mod}\ l)$$

Genüge leisten, wo $f_i(t)=\sum_{r=0}^{l-1} r^{i-1}t^r$, $b_0=1$, $b_1=-\frac{1}{2}$, $b_{2i}=(-1)^{i-1}B_i$, $b_{2i+1}=0$ und B_i die Bernoullischen Zahlen sind; was das sogenannte Kummersche Kriterium und wichtiger Satz ist. Ich will diese Ergebnisse erweitern und den Satz beweisen:

Ist die Gleichung (1) *im Falle I lösbar, so müssen die sechs Verhältnisse* (2) *den Kongruenzen*

$$b_{2i}\cdot f_{2i}(t)\cdot\left[\frac{d^{l(l-2i)}\log(1-e^{v}(1-t))}{dv^{l(l-2i)}}\right]_{v=0}\equiv 0 \qquad (\mathrm{mod}\ l^2)$$

$$(i=1, 2, \ldots\ldots, \frac{l-3}{2})$$

Genüge leisten.

Es bezeichne nun $\zeta=e^{\frac{2\pi i}{l}}$, und r eine primitive Wurzel (mod l), und $r_i\equiv r^i$ (mod l) den kleinsten positiven Rest von r^i, und $\mathfrak{p}(\zeta)=\mathfrak{p}$ den Primidealteiler der Primzahl $p=1+lk$. Kummer[1] hat gezeigt, dass das Produkt

$$\prod_i \mathfrak{p}(\zeta^{r^i}), \tag{3}$$

ausgedehnt über alle Werte des Index i aus der Reihe $0, 1, \ldots\ldots, l-2$,

1) Vgl. Journal f. Math., **35**, S. 364.