59. *Eine Bemerkung über die Einheiten im Kreiskörper.*

Von Mikao MORIYA.
Z. Zt. in Marburg (Deutschland).

(Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., May 12, 1933.)

Prof. Takagi[1] hat den folgenden Satz bewiesen:

Es sei K_1 irregulärer Kreiskörper von l-ten Einheitswurzeln und k_1 sein reeller Teilkörper vom $\frac{l-1}{2}$-ten Grade, wobei l ungerade Primzahl bedeutet. Wenn die Klassenzahl von k_1 zu l prim ist, dann sind alle singulären Primärzahlen von K_1 durch die Einheiten gegeben.

In der vorliegenden Arbeit verallgemeinere ich den obigen Satz folgendermassen:

Es sei K_m irregulärer[2] *Kreiskörper von l^m-ten Einheitswurzeln und k_m sein reeller Teilkörper vom $\frac{\varphi(l^m)}{2}$-ten Grade, wobei l ungerade Primzahl, m positive ganze rationale Zahl, und $\varphi(l^m)$ die Eulersche Funktion ist. Wenn die Klassenzahl von k_1 zu l prim ist, dann sind alle singulären Primärzahlen von K_m durch die Einheiten von k_m gegeben.*

Um den Satz zu beweisen, schicke ich zwei Hilfssätze voraus. Im folgenden bezeichne ich mit r eine primitive Zahl nach l^m und mit $s=(\zeta_m\to\zeta_m^r)$ einen erzeugenden Automorphismus von K_m nach dem rationalen Zahlkörper, der eine primitive Einheitswurzel ζ_m in ζ_m^r transformiert.

Hilfssatz 1. *Es sei μ eine Zahl aus K_m, e der kleinste positive Exponent, von der Art, dass μ^{s^e-a} bei geeignetem a die l-te Potenz einer Zahl von K_m wird.*[3] *Dann ist der Körper $K=K_m(\sqrt[l]{\mu})$ relativ galoissch in bezug auf den Teilkörper e-ten Grades von K_m; dann und nur dann ist er relativ abelsch in bezug auf diesen Teilkörper, wenn $a\equiv r^e \bmod l$ ist.*

---

1) T. Takagi: Zur Theorie des Kreiskörpers. Journ. f. Math. **157** (1927). Ich zitiere diese Arbeit mit *T.*

2) Ich brauche hier das Wort „irregulär" im verallgemeinerten Sinne, d.h. wenn die Klassenzahl von K_m durch l teilbar ist, so heisst K_m irregulär.

3) Der triviale Fall, dass μ l-te Potenz einer Zahl aus K_m ist, sei ausgeschlossen.