55. *Ein Satz über $\mathfrak{p}$-adische Schiefkörper.*

Von Tadasi NAKAMURA.
Mathematisches Institut, Kaiserliche Universität zu Tokyo.
(Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., April 12, 1934.)

Es sei $\mathfrak{S}$ ein $\mathfrak{p}$-adischer Schiefkörper[1] vom endlichen Rang über seinem Zentrum K, $\mathfrak{R}$ ein Unterschiefkörper von $\mathfrak{S}$, der K enthält. Die Gesamtheit der mit $\mathfrak{R}$ elementweise vertauschbaren Elemente von $\mathfrak{S}$ bildet einen Unterschiefkörper, den wir mit $\mathfrak{T}$ bezeichnen.[2] L sei das gemeinsame Zentrum von $\mathfrak{R}$ und $\mathfrak{T}$.

Wir beweisen:

Sind $\mathfrak{R} < \mathfrak{R}'$ zwei Unterschiefkörper von $\mathfrak{S}$, so ist die Verzweigungsordnung bzw. der Restklassengrad zwischen $\mathfrak{R}$ und $\mathfrak{R}'$ gleich dem Restklassengrad bzw. der Verzweigungsordnung zwischen $\mathfrak{T}$ und $\mathfrak{T}'$.

Damit ist der Zerlegungsgesetz von Idealen von $\mathfrak{R}$ in $\mathfrak{R}'$ auf den Zerlegungsgesetz von Idealen von $\mathfrak{T}'$ in $\mathfrak{T}$ reduziert und umgekehrt.

Zum Beweis des Satzes bezeichnen wir die Verzweigungsordnungen bzw. die Restklassengrade von L, $\mathfrak{R}$, $\mathfrak{T}$, $\mathfrak{S}$ in bezug auf K mit e_L, $e_{\mathfrak{R}}$, $e_{\mathfrak{T}}$, e bzw. f_L, $f_{\mathfrak{R}}$, $f_{\mathfrak{T}}$, f. Dann gelten ersichtlich

$$f_{\mathfrak{R}}=f_L\sqrt{(\mathfrak{R}:L)}\,, \qquad e_{\mathfrak{R}}=e_L\sqrt{(\mathfrak{R}:L)}\,,$$
$$f_{\mathfrak{T}}=f_L\sqrt{(\mathfrak{T}:L)}\,, \qquad e_{\mathfrak{T}}=e_L\sqrt{(\mathfrak{T}:L)}\,,$$

wo z.B. $(\mathfrak{R}:L)$ den Rang von $\mathfrak{R}$ über L bedeutet.[1] Also ist

$$f_{\mathfrak{R}}e_{\mathfrak{T}}=e_{\mathfrak{R}}f_{\mathfrak{T}}\,.$$

Anderseits ist

$$f_{\mathfrak{R}}e_{\mathfrak{R}}=(\mathfrak{R}:K)\,. \qquad f_{\mathfrak{T}}e_{\mathfrak{T}}=(\mathfrak{T}:K)\,, \qquad fe=f^2=e^2=(\mathfrak{S}:K)\,.$$

Nach R. Brauer ist aber

$$(\mathfrak{R}:K)(\mathfrak{T}:K)=(\mathfrak{S}:K)\,.$$

Also erhält man

$$(f_{\mathfrak{R}}e_{\mathfrak{T}})^2=(e_{\mathfrak{R}}f_{\mathfrak{T}})^2=f_{\mathfrak{R}}e_{\mathfrak{R}}f_{\mathfrak{T}}e_{\mathfrak{T}}=(\mathfrak{R}:K)(\mathfrak{T}:K)=(\mathfrak{S}:K)=f^2=e^2\,.$$

---

1) H. Hasse: Über $\mathfrak{p}$-adische Schiefkörper und ihre Bedeutung für die Arithmetik hyperkomplexer Zahlensysteme, Math. Ann. **104** (1931), 495–534.

2) Siehe R. Brauer: Über die algebraische Struktur von Schiefkörpern, Journal für Math. **166** (1932), 241–252. E. Noether: Nichtkommutative Algebra, Math. Zeitschr. **37** (1933), 514–541. K. Shoda: Über die Galoissche Theorie der halbeinfachen hyperkomplexen Systeme, Math. Ann. **107** (1932), 252–257.—Die hier gebrauchten Sätze sind in der Anmerkung 2) der vorangehenden Arbeit von K. Shoda formuliert.