124. Über die Definition der Shodaschen Diskriminante eines normalen einfachen hyperkomplexen Systems.

Von Tadasi NAKAMURA.
Mathematisches Institut, Kaiserliche Universität zu Tokyo.
(Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., Oct. 12, 1934.)

In einer Arbeit[1] hat K. Shoda Diskriminante eines normalen einfachen hyperkomplexen Systems definiert. Dabei hat er aber die Existenz einer Minimalbasis einer Maximalordnung in bezug auf die Maximalordnung des Zentrums vorausgesetzt. Im allgemeinen musste er sie im Kleinen definieren.[2] In dieser Arbeit gebe ich eine direkte Definition im Grossen an.[3]

Es sei $\mathfrak{S}$ eine normale einfache Algebra über einem algebraischen Zahlkörper K endlichen Grades, K_0 ein Unterkörper von K derart, dass eine Maximalordnung $\mathfrak{o}$ von $\mathfrak{S}$ eine Minimalbasis $(E_1, E_2, \ldots\ldots, E_N)$ in bezug auf die Maximalordnung von K_0 bezitzt. Die Existenz eines solchen Unterkörpers ist klar, da der rationale Zahlkörper die Eigenschaft von K_0 hat. Es sei ferner $(e_1, e_2, \ldots, e_n)$ eine beliebige Basis von $\mathfrak{S}$ in Bezug auf das Zentrum K. Dann gibt es Matrizen A_i, B_j in K, die den Gleichungen

$$E_i(e)=(e)\begin{pmatrix} a_{i1}^1 \cdots a_{in}^1 \\ \vdots \quad \vdots \\ a_{i1}^n \cdots a_{in}^n \end{pmatrix}=(e)A_i\,, \qquad (e)E_j=(e)\begin{pmatrix} b_{1j}^1 \cdots b_{nj}^1 \\ \vdots \quad \vdots \\ b_{1j}^n \cdots b_{nj}^n \end{pmatrix}=(e)B_j$$

genügen, wo (e) die einzeilige Matrix $(e_1, e_2, \ldots, e_n)$ bedeutet.

Man bilde nun die Matrix

$$M\begin{bmatrix} E_1 \cdots E_N \\ e_1 \cdots e_n \end{bmatrix}=(\sum_k a_{ip}^k b_{kj}^q)\,,$$

wo (p, q) bzw. (i, j) Zeilen- bzw. Spaltenindex ist. Dann kann man beweisen:

Der Rang von $M\begin{bmatrix} E_1 \cdots E_N \\ e_1 \cdots e_n \end{bmatrix}$ *ist gleich* n^2. *Der grösste gemeinsame Teiler aller Unterdeterminanten* n^2*-ten Grades von* $M\begin{bmatrix} E_1 \cdots E_N \\ e_1 \cdots e_n \end{bmatrix}$ *ist die Shodasche Diskriminante von* $\mathfrak{S}$.

---

1) K. Shoda: Diskriminantensatz für normale einfache hyperkomplexe Systeme, Proc. **10** (1934), 315. Diskriminantenformel für normale einfache hyperkomplexe Systeme, Proc. **10** (1934), 318.

2) Vgl. Anmerkung 1) in der vorstehenden Arbeit von K. Shoda und mir.

3) Die Anregung zu dieser Arbeit verdanke ich K. Shoda.