PAPERS COMMUNICATED

123. *Über das Produkt zweier Algebrenklassen mit zueinander primen Diskriminanten.*

Von Kenjiro SHODA und Tadasi NAKAMURA.

Mathematisches Institut, Kaiserliche Universität zu Osaka;
Mathematisches Institut, Kaiserliche Universität zu Tokyo.

(Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., Oct. 12, 1934.)

I. *Die Diskriminante*[1] *des Produktes zweier Algebrenklassen* A, B *mit zueinander primen Diskriminanten* $\mathfrak{d}_A$, $\mathfrak{d}_B$ *ist das Produkt der Diskriminanten:* $\mathfrak{d}_{AB}=\mathfrak{d}_A\mathfrak{d}_B$.

Bedeutet $n_\mathfrak{p}$ nämlich den $\mathfrak{p}$-Index einer Algebrenklasse A, so ist nach H. Hasse[2] bekannt, dass die Hassesche $\mathfrak{p}$-Invariante $\left(\frac{A}{\mathfrak{p}}\right)$ ein reduzierter Bruch mit dem Nenner $n_\mathfrak{p}$ ist, und dass sie der Gleichung

$$\left(\frac{AB}{\mathfrak{p}}\right)\equiv\left(\frac{A}{\mathfrak{p}}\right)+\left(\frac{B}{\mathfrak{p}}\right) \qquad (\mathrm{mod}\ 1)$$

genügt. Da jetzt die Diskriminanten von A und B zueinander prim

---

1) K. Shoda: Diskriminantensatz für normale einfache hyperkomplexe Systeme, Proc. **10** (1934), 315–317. Diskriminantenformel für normale einfache hyperkomplexe Systeme, Proc. **10** (1934), 318–321. In diesen beiden Arbeiten haben wir stillschweigend vorausgesetzt, dass die Maximalordnung von $\mathfrak{S}$ bzw. Z eine Basis besitzt, wie es immer der Fall ist, wenn der Grundkörper K rationaler Zahlkörper ist. Weil nicht notwendig die Basis vorhanden ist, so hat man im allgemeinen die Definition der Diskriminante folgendermassen zu modifizieren. Als Diskriminante im Grossen hat man nämlich das Produkt der Diskriminanten der $\mathfrak{p}$-adischen Grenzmengen zu betrachten, die bekanntlich Basis besitzen.

Diese Definition ist ersichtlich äquivalent mit dem folgenden: Der grösste gemeinsame Idealteiler der Diskriminanten aller Systeme von N linear unabhängigen Elementen der Maximalordnung heisst die Diskriminante (im Grossen).

Daher ist die Diskriminante nicht notwendig Hauptideal in K. Trotzdem gelten die Sätze ohne Ausnahme, wie man leicht sehen kann.

Für unendliche Primstelle $\mathfrak{p}$ ist es zweckmässig auch das Zerlegungsgesetz $\mathfrak{p}=\mathfrak{P}^{n_\mathfrak{p}}$ vorauszusetzen, wie es in der Klassenkörpertheorie üblich ist. Dementsprechend setzen wir voraus, dass der $\mathfrak{p}$-Komponent der ergänzten Diskriminante für unendliche Primstelle $\mathfrak{p}$ auch gleich $\mathfrak{p}^{\left(1-\frac{1}{n_\mathfrak{p}}\right)}$ ist. Nach dieser Voraussetzung gelten I und II in der vorliegenden Arbeit auch für die durch unendliche Primstellen ergänzten Diskriminanten. [Vgl. die *Berichtigung* am Schluss.]

2) H. Hasse: Die Struktur der R. Brauerschen Algebrenklassengruppen über einem algebraischen Zahlkörper, Math. Ann. **107** (1933), 731–760.