175. *Eine Bemerkung über die Klassenzahl der absoluten Klassenkörper.*

Von Mikao MORIYA.
Mathematisches Institut, Hokkaido Kaiserliche Universität, Sapporo.
(Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., Dec. 12, 1934.)

Es sei k ein algebraischer Zahlkörper vom endlichen Grade, und K sein absoluter l-Klassenkörper.[1] Ferner seien $c_1, c_2, \cdots, c_n$ die Basiselemente der l-Klassengruppe in k und l^{e_i} die Ordnung von c_i $(i=1, \cdots, n)$. Nach dem Hauptidealsatz werden in K alle l-Klassen aus k zu der Hauptidealklasse.

Nun untersuchen wir in dieser Arbeit: *Wann ist es möglich, dass die Klassenzahl von K zu l prim wird?*

Dafür betrachten wir einen zyklischen Zahlkörper K_1 über k. Die galoissche Gruppe von K/k sei isomorph der Faktorgruppe der ganzen Idealklassengruppe von k nach derjenigen Untergruppe, die mit $c_1^l, c_2, \cdots, c_n$ und allen Idealklassen von den zu l primen Ordnungen erzeugt ist. Dann findet man in K_1 n l-Idealklassen $C_1, C_2, \cdots, C_n$ mit folgender Eigenschaft:

$$N_{K_1k}(C_1)=c_1^l, \qquad N_{K_1k}(C_i)=c_i \qquad \text{für } i=2, \cdots, n.$$

Für diese l-Klassen $C_1, C_2, \cdots, C_n$ ist die Relation

$$C_1^{x_1}\cdots C_n^{x_n}=E_{K_1} \qquad \text{(die Hauptidealklasse in } K_1\text{)}$$

nur dann möglich, wenn x_1 durch l^{e_1-1} und x_i durch l^{e_i} teilbar sind[2] $(i=2, \cdots, n)$.

Bekanntlich ist die Klassenzahl von K_1 Produkt der Klassenzahl der ambigen Idealklassen und der des Hauptgeschlechts von K_1/k. Da die Klassenzahl der ambigen Idealklassen von K_1/k genau durch $l^{e_1+\cdots+e_n-1}$ teilbar ist,[3] so ist die Klassenzahl von K_1 mindestens durch $l^{e_1+\cdots+e_n-1}$ teilbar.

Es sei von nun an die Klassenzahl von K immer prim zu l. Dann

---

1) Wir nennen den grössten abelschen Zahlkörper K über k den absoluten l-Klassenkörper, wenn die Relativdiskriminante von K nach k das Einsideal in k ist und der Grad von K nach k die grösste Potenz einer Primzahl l ist.

2) M. Moriya: Über die Klassenzahl eines relativzyklischen Zahlkörpers von Primzahlgrad, Japanese Journal of Mathematics, **10**, 4. Ich bezeichne diese Arbeit mit M.

3) M. 2.