SEE ERRATA

PAPERS COMMUNICATED

174. *Verschärfung des Thue-Siegelschen Satzes über die Approximation algebraischer Zahlen.*

Von Sigekatu KURODA.
Tokyo Higher Normal School for Girls.

(Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., Dec. 12, 1934.)

Wohlbekannt ist, dass für eine algebraische Zahl ϑ vom Grade $n \geqq 2$ die diophantische Ungleichung

$$\left|\vartheta-\frac{x}{y}\right|<\frac{1}{y^{\mu}}, \qquad y>0 \tag{1}$$

nur endlich viele ganze rationale Lösungen x, y hat, wenn

1. $\mu=\frac{n}{2}+1+\theta, \quad \theta>0$ (Thue[1]),
2. $\mu=\underset{1\leq s\leq n-1}{\mathrm{Min}}\left(\frac{n}{s+1}+s\right)+\theta, \quad \theta>0$ (Siegel[2]).

Diese Ergebnisse lassen sich nun verschärfen. In der Tat, wir können beweisen, dass mit $\mu=2+\theta$, $\theta>0$ dieselbe Behauptung schon gültig ist. Dabei dürfen wir annehmen, dass ϑ ganz sei.

Es sei k eine natürliche Zahl, die $\mu=2+\theta>\left(\frac{n}{2}\right)^{\frac{1}{k}}+1$ erfüllt, und

$$\varepsilon=\mu-\left(\frac{n}{2}\right)^{\frac{1}{k}}-1>0. \tag{2}$$

Es sei r eine natürliche, δ eine reelle Zahl, und

$$2n<r, \tag{3}$$

$$0<\delta<\frac{1}{2}, \tag{4}$$

$$\frac{\delta}{kn}\left(\frac{n}{2}\right)^{\frac{1}{k}}+\delta\mu<\frac{\varepsilon}{4}. \tag{5}$$

Ist ferner $m=\left[\left(\left(\frac{n+\delta}{2}\right)^{\frac{1}{k}}-1\right)r\right]$, so ist

$$m+r\leqq\left(\frac{n+\delta}{2}\right)^{\frac{1}{k}}r\leqq\left(1+\frac{\delta}{kn}\right)\left(\frac{n}{2}\right)^{\frac{1}{k}}r<nr, \tag{6}$$

1) A. Thue: Om en generel i store hele tal ulφsbar ligning. Skrifter udgivne af Videnskabs-Selskabet i Christiania (1908).

2) C. Siegel: Approximation algebraischer Zahlen. Math. Zeitschr. **10** (1921), 173–213. Vgl. hierzu auch E. Landau, Vorlesungen über Zahlentheorie, III (1927), Kap. 2, § 4, 37–65.