# 26. *Eine Ergänzung zur Torsentheorie im Laguerreschen Raume.*

Von Tsurusaburo TAKASU.

Mathematical Institute, Tohoku Imperial University, Sendai.

(Comm. by M. FUJIWARA, M.I.A., Mar. 12. 1935.)

Den Fundamentalsatz der Torsentheorie im Laguerreschen Raume habe ich[1] zuerst aufgestellt. Hier möchte ich den genannten Fundamentalsatz mit Benutzung des L-Liebmannschen Parameters[2] auf zwei Weisen beweisen.

1. *Methode I.* Es seien $(\eta)$ die Laguerre-geometrischen Kugelkoordinaten der orientierten Dualschmiegungskugel einer L-Torse:

$$(1) \qquad \mathfrak{u}=\mathfrak{u}(\theta), \qquad \big((\mathfrak{u}\mathfrak{u})_4=0\big),$$

$$(2) \qquad \eta=\eta(\theta), \qquad \big(\eta_5=1,\ (d\eta\, d\eta)_4=d\theta^2\big).$$

Dann ist

$$(3) \qquad \frac{d\eta}{d\theta} \quad \left(\frac{d\eta_5}{d\theta}=0\right)$$

der unendlich ferne Kreis, in welchen der durch das homozentrische System $l\eta+m\dfrac{d\eta}{d\theta}$ umgehüllte L-Kegel die unendlich ferne Ebene schneidet.

Nun habe ich bewiesen[3]:

$$(4) \qquad \rho\cdot\mathfrak{u}=\frac{d^2\eta}{d\theta^2}+\Xi, \qquad \big(\eta_5\equiv-\tfrac{1}{2}\{(\eta\eta)_4-1\},\ \Xi=0,0,0,0,1\big).$$

Daher ist

$$d\rho\cdot\mathfrak{u}_i+\rho\cdot d\mathfrak{u}_i=\frac{d^3\eta_i}{d\theta^3}d\theta, \qquad (i=1,2,3,4),$$

so dass

$$\rho=\sqrt{\left(d\frac{d^2\eta}{d\theta^2}\,d\frac{d^2\eta}{d\theta^2}\right)_4} : \sqrt{(d\mathfrak{u}\, d\mathfrak{u})_4}$$

1) T. Takasu: Natural Equations of Curves under Circular Point-Transformation Groups and their Duals. Tôhoku Math. Journ., 25 (1925). Auszug: Jap. Journ. Math., (1924).

2) Diesen Parameter habe ich selber gefunden, T. Takasu: Fundamentalsatz der Kurventheorie in den „euklidischen" tetrazyklischen, pentasphärischen und Laguerreschen Räume. Tôhoku Math. Journ., 26 (1925), S. 66. Aber ich habe diesen Parameter bei seiner Benennung Herrn Prof. H. Liebmann gewidmet, T. Takasu: Differentialkugelgeometrie, XIV, Tôhoku Sci. Rep., 22 (1933), S. 1036. Diese Note ist eine Ergänzung zum folgenden Artikel, T. Takasu: Differentialkugelgeometrie, Art. XII. 10, ebenda.

Diese Untersuchung ist durch die Stiftung „Saitô-Hôônkwai" unterstützt.

3) T. Takasu: Differentialkugelgeometrie, XIV, a. a. O., S. 1020, Formel (49).