138. *Einige charakteristische Eigenschaften derjenigen ebenen Kurven, deren Affin- und Projektivnormalen übereinstimmen.*

Von Shigeo SASAKI.

Mathematische Institut, Tohoku Universität, Sendai.

(Comm by M. FUJIWARA, M.I.A., Dec. 12, 1935.)

1. Entsprechend einem Satz über diejenigen ebenen Kurve, deren gewöhnliche und affine Normalen überall zusammenfallen, wollen wir die folgenden Sätze beweisen.

Satz. Wenn die Affin- und Projektivnormalen einer ebenen Kurve überall übereinstimmen, so ist ihre Affinkrümmung eine lineare Funktion ihrer Affinbogenlänge.

Beweis. In der Umgebung eines Punktes einer ebenen Kurve, den wir zum Anfangspunkt der Messung der Affinlänge S annehmen wollen, kann man durch Wahl geeigneter lokalen Koordinaten die folgenden Reihenentwicklungen aufstellen[1]:

$$(1)\quad \begin{cases} x_1 = s - \dfrac{k_0}{3!}s^3 - \dfrac{k_1}{4!}s^4 + \dfrac{k_0^2-k_2}{5!}s^5 + \dfrac{4k_0k_1-k_3}{6!}s^6 + \cdots\cdots, \\[2mm] x_2 = \dfrac{1}{2!}s^2 - \dfrac{k_0}{4!}s^4 - \dfrac{2k_1}{5!}s^5 + \dfrac{k_0^2-3k_2}{6!}s^6 + \cdots\cdots, \end{cases}$$

wo

$$k_n = \left(\frac{d^nk}{ds^n}\right)_{s=0}$$

und $k(s)$ die Affinkrümmung der Kurve ist.

Es sei die Gleichung der achtpunktig die Kurve berührenden Nodalkubik:

$$ax_1^3 + bx_1^2x_2 + cx_1x_2^2 + dx_2^3 + ex_1^2 + fx_1x_2 + gx_2^2 = 0\,.$$

Setzen wir in diese Gleichung x_1, x_2 aus den Entwicklungen (1) ein, so lauten die Bedingungen für das identische Verschwinden der Glieder bis zur siebenten Ordnung:

$$e = 0\,,$$

$$a + \frac{f}{2!} = 0\,,$$

$$\frac{b}{2!} + \left(\frac{1}{2!}\right)^2 g = 0\,,$$

$$-3\frac{k_0}{5!}a + \left(\frac{1}{2!}\right)^2 c + \left(-\frac{k_0}{4!} - \frac{1}{2!}\cdot\frac{k_0}{3!}\right)f = 0\,,$$

---

1) W. Blaschke: Differentialgeometrie, II, I Aufl., (1923), s. 35.