18. *Sur la représentation paramétrique régulière des ensembles.*

Par Motokiti KONDÔ.
L'Institute Mathématique, l'Université Impériale de Hokkaido, Sapporo.
(Comm. by M. FUJIWARA, M.I.A., March 12, 1937.)

Pour un ensemble linéaire E, nous appelons régulière sur l'ensemble E toute fonction $\varphi(t)$ définie dans l'ensemble E qui ne prend jamais des valeurs égales, c'est-à-dire, on a toujours $\varphi(t_1) \neq \varphi(t_2)$ pour deux points distincts t_1 et t_2 contenus dans E. Nous dirons maintenant qu'un ensemble linéaire M quelconque admet une représentation paramétrique régulière par rapports à E si M est l'ensemble des valeurs d'une fonction $x=\varphi(t)$ définie dans E, continue et régulière dans cet ensemble. Dans ses note,[1] M. M. W. Sierpiński et E. Szpilrajn ont démontré le théorème : quel que soit la suite Σ des ensembles linéaires ayant le même puissance, il existe un ensemble linéaire E tel que tout ensemble de la famille Σ admet une représentation paramétrique régulière par rapports à E. Or, nous pouvons démontrer un théorème sur la représentation paramétrique régulière des ensembles d'une famille de puissance $2^{\aleph_0}$ d'ensembles linéaires. Pour cela, posons d'abord la définition suivante. Soit E un ensemble lineaire condensé en soi. Nous dirons que E contient partout des ensembles parfaits lorsqu'il existe un sous-ensemble parfait de E dans tous les voisinages des chaque point de E. Nous avons alors le

Théorème 1. Soit F une famille de puissance $2^{\aleph_0}$ d'ensembles linéaires qui contiennent partout des ensembles parfaits. Il existe un ensemble linéaire N tel que tout ensemble de la famille F admet une représentation paramétrique régulière par rapports à N. Et, quand on peut donner un ensemble universel U des ensembles de la famille F, nous pouvons définir effectivement un des ensembles de cette nature.

Démonstration. Pour démontrer le théorème il suffit de démontrer la deuxième partie du théorème. Sans perdre la généralité, on peut supposer que tout ensemble de F soit contenu dans le domaine fondamental R, c'est-à-dire, l'ensemble de tous les nombres irrationnels. Quand un ensemble universel U des ensembles de F est donné, on peut définir effectivement dans le plan $R(x, y)=R\times R$ un couple doublement universel U_1 et U_2, tel que, quels que soient l'ensemble E_1 de la famille F et la sous-ensemble $G_{\delta\sigma}$ E_2 du domaine fondamental R, il existe un droite parallèle à l'axe OX qui coupe U_1 et U_2 en E_1 et E_2 respectivement. Maintenant, posons $V=U_1-U_2$.

Soit E un ensemble de F. Nous définirons les sous-ensembles non denses F_{ij} $(i, j=1, 2, 3, \ldots\ldots)$ de E comme il suite : 1°, les ensembles F_{ij} sont disjoints et homéomorphes au domaine fondamental R, 2°, pour

1) W. Sierpiński et E. Szpilrajn : Sur les transformations continues biunivoques. Fund. Math., **27** (1936), 289.