

51. Rein arithmetisch-algebraischer Aufbau der Klassenkörpertheorie über algebraischen Funktionenkörpern in einer Unbestimmten mit endlichem Konstantenkörper.

Von Mikao MORIYA.

Mathematisches Institut der Hokkaido Kaiserlichen Universität zu Sapporo.

(Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., June 12, 1937.)

Über algebraischen Funktionenkörpern einer Unbestimmten mit endlichem Konstantenkörper ist ein Analogon zur Klassenkörpertheorie von F. K. Schmidt,¹⁾ Hasse,²⁾ Witt³⁾ u. a. entwickelt worden. In dem bisherigen Aufbau dieser Theorie muss man doch an einigen Stellen analytische Hilfsmitteln, d. h. die Kongruenzzeta- und L-Funktionen verwenden. Um aber die ganze Theorie rein arithmetisch-algebraisch aufzubauen braucht man nur noch folgenden Satz ohne Hilfe der Analysis zu beweisen⁴⁾:

Es sei K ein algebraischer Funktionenkörper einer Unbestimmten mit endlichem Konstantenkörper und Z eine separable zyklische Erweiterung von K . Dann gibt es in K einen Divisor, dessen Artinsymbol vom Einheitsselement der galoisschen Gruppe von $Z|K$ verschieden ist.

Mit derselben Überlegung wie bei Chevalley und Nehr Korn⁵⁾ kann man den oben angegebenen Satz auf folgenden Satz zurückführen, dessen Beweis ich in dieser Note skizzieren will⁶⁾:

Satz. Es sei Z ein unverzweigter, separabler zyklischer Körper vom Primzahlgrade l über K . Ferner enthalte K primitive l -te Einheitswurzeln, wenn l von der Körpercharakteristik verschieden ist. Dann gibt es in K mindestens einen Primdivisor, welcher in Z nicht zerfällt.

Zum Beweis bedienen wir uns folgender Bezeichnungen:

- σ Ein erzeugender Automorphismus von $Z|K$.
 η^* bzw. η Die Gruppe derjenigen Einheiten aus K (d. h. Elemente aus dem Konstantenkörper von K), welche Relativnormen der Elemente bzw. Einheiten aus Z sind.

1) F. K. Schmidt, Die Theorie der Klassenkörper über einem Körper algebraischer Funktionen in einer Unbestimmten und mit endlichem Konstantenbereich, Sitzungsbericht d. phy.-med. Sozietät zu Erlangen, **62** (1930), 267–284.

2) Hasse, Theorie der relativ-zyklischen algebraischen Funktionenkörper, insbesondere bei endlichem Konstantenkörper, Journ. f. d. r. u. a. Math., **172** (1934), 37–54.

3) Witt, Der Existenzsatz für abelsche Funktionenkörper, Journ. f. d. r. u. a. Math., **173** (1935), 43–51.

4) Hasse, loc. cit. Dort muss man zwei Sätze, bezeichnet mit a) und b), beweisen. Der mit b) bezeichnete Satz wird aber nach einem Gedanken von Chevalley und Nehr Korn rein arithmetisch bewiesen, weil man nach Witt (Witt, loc. cit.) zu einer beliebigen Divisorengruppe endlichen Index den ihr zugeordneten Klassenkörper bilden kann. Vgl. Chevalley und Nehr Korn, Sur les démonstrations arithmétiques dans la théorie du corps de classes, Math. Ann., **111** (1935), 364–371.

5) Chevalley und Nehr Korn, loc. cit., 366–367. In unserem Fall treten aber geringe Modifikationen ein, weil die Körpercharakteristik eine Primzahl ist.

6) Eine ausführliche Darstellung der ganzen Theorie erscheint demnächst an anderer Stelle.