91. *Sur les classes des constituantes des ensembles complémentaires analytiques.*

Par Takeshi INAGAKI.

(Comm. by T. YOSIE, M.I.A., Nov. 12, 1937.)

Soit C un ensemble du plan $\mathfrak{J}_{xy}$. Nous disons qu'un ensemble de points situés sur une droite parallèle à l'axe $\mathfrak{J}_y$ jouit de la propriété $P_\alpha(0 \leqq \alpha < \Omega)$ lorsqu'il est un ensemble bien ordonné du type α suivant la direction positive de l'axe $\mathfrak{J}_y$. Désignons par $\mathscr{E}_\alpha = \mathscr{E}_\alpha(C)$ l'ensemble de tous les points x_0 situés sur l'axe $\mathfrak{J}_x$, tels que l'ensemble (linéaire) de tous les points communs à C et à la droite $x=x_0$ jouit de la propriété P_α et l'appelons, d'après M. N. Lusin,[1] la constituante d'ordre α du complémentaire de l'ensemble criblé au moyen du *crible* C. De plus, désignons par $\mathscr{E}_\Omega$ l'ensemble de tous les points x_0 situés sur l'axe $\mathfrak{J}_x$, tels que l'ensemble (linéaire) de tous les points communs à C et à la droite $x=x_0$ n'est pas bien ordonné suivant la direction positive de l'axe $\mathfrak{J}_y$.

Soit $\mathfrak{C}$ une famille donnée des ensembles plans. Désignons par $\Phi(\alpha)$ la famille de tous les ensembles $\mathscr{E}_\alpha(C)$, où C est un crible (variable) de la famille $\mathfrak{C}$.

Pour le cas où $\mathfrak{C}$ est la famille de tous les ensembles plans fermés, M. W. Sierpiński[2] a proposé d'étudier la famille $\Phi(\alpha)$, et demandé en particulier si l'on a toujours $\Phi(\alpha) \subseteqq \Phi(\beta)$ pour $\alpha < \beta$.

Or, dans cette Note, nous traiterons le cas où $\mathfrak{C}$ est la famille de tous les ensembles plans composés d'une infinité dénombrables d'ensembles fermés situés sur des droites parallèles à l'axe $\mathfrak{J}_x$, et y établissons la monotonie de $\Phi(\alpha)$, c.-à-d. qu'on a toujours $\Phi(\alpha) \subseteqq \Phi(\beta)$, pour $\alpha < \beta$.

Tout d'abord, nous faisons quelques remarques préliminaires:

1° Nous supposons toujours que l'ordonnée de chaque point des cribles est un nombre irrationnel entre 0 et 1—ce qui est possible sans perdre la généralité du raisonnement.

2° $r_1, r_2 (r_1 < r_2)$ étant deux nombres rationnels dans l'axe $\mathfrak{J}_y$, désignons par $C^{(r_1, r_2)}$ le sous-ensemble des points du crible C tels que ses ordonnées sont des nombres irrationnels entre l'intervalle (r_1, r_2), et désignons par $\mathscr{E}_\alpha^{(r_1, r_2)}$ la constituante d'ordre α par rapport au crible $C^{(r_1, r_2)}$.

3° Nous écrivons par $\mathfrak{J}_x(\alpha)$ un crible du type α[3] qui est composé des *droites* parallèles à l'axe $\mathfrak{J}_x$.

4° Soient C et C' deux cribles. Désignons par N_C et $N_{C'}$ les projections sur l'axe $\mathfrak{J}_y$ de C et C' respectivement. Comme nous avons supposé, N_C et $N_{C'}$ sont dénombrables. Nous disons que C et C' sont

---

1) Cf. N. Lusin: Leçons sur les ensembles analytiques et leurs applications. Paris, Gauthier-Villars. 1930. p. 188.

2) Cf. W. Sierpiński: Sur une classe d'opérations sur les ensembles de points. Mathematica. Vol. 5. 1931. p. 53.

3) Cf. N. Lusin: Sur les ensembles analytiques nuls. Fund. Math. t. **25** (1935). pp. 109–110.